Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$;

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - x\mathrm{e}^y + x = 0$, $P = [0, 0]$;

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - x\mathrm{e}^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - x\mathrm{e}^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$;

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P;

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - x\mathrm{e}^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) =$

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0,\ P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0,\ P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0,\ P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0,\ P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) = 1 + 6 + 9 - 4 + 6 - 18 =$

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) = 1 + 6 + 9 - 4 + 6 - 18 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je pro případ a) splněna;

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) = 1 + 6 + 9 - 4 + 6 - 18 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je pro případ a) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv$

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) = 1 + 6 + 9 - 4 + 6 - 18 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je pro případ a) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 2x + 2y - 4$, $F'_y(x, y) \equiv$

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) = 1 + 6 + 9 - 4 + 6 - 18 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je pro případ a) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 2x + 2y - 4$, $F'_y(x, y) \equiv 2x + 2y + 2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1, 3]$,

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) = 1 + 6 + 9 - 4 + 6 - 18 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je pro případ a) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 2x + 2y - 4$, $F'_y(x, y) \equiv 2x + 2y + 2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1, 3]$, navíc $F'_y(P) =$

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) = 1 + 6 + 9 - 4 + 6 - 18 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je pro případ a) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 2x + 2y - 4$, $F'_y(x, y) \equiv 2x + 2y + 2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1, 3]$, navíc $F'_y(P) = 10 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**,

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $y = f(x)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ takto:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$, $P = [1, 3]$; b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0$, $P = [1, 1]$;

c) $y - xe^y + x = 0$, $P = [0, 0]$; d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, $P = \left[1 - \sqrt{2}/2, -1 + \sqrt{2}/2\right]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až d) postupně najděte rovnici tečny t a normály n ke křivce $y = f(x)$ v daném bodě P.

Řešení. Podle *Věty o existenci implicitní funkce* rovnice $F(x, y) = 0$ určuje v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně funkci $y = f(x)$, jsou-li splněny tyto tři podmínky:

(H1) $F(P) = 0$; **(H2)** F'_x, F'_y jsou spojité v okolí bodu P; **(H3)** $F'_y(P) \neq 0$.

Ověříme splnění předchozích podmínek **(H1)** až **(H3)** pro naše konkrétní zadání:

a) $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$, a tedy pro $P = [1, 3]$ platí: $F(P) = 1 + 6 + 9 - 4 + 6 - 18 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je pro případ a) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 2x + 2y - 4$, $F'_y(x, y) \equiv 2x + 2y + 2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1, 3]$, navíc $F'_y(P) = 10 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty (viz např. [1]) existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

b) $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1, 1]$ platí: $F(P) =$

b) $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1, 1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 =$

b) $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1, 1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna;

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv$

b) $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1, 1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x, y) \equiv$

b) $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1, 1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x, y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1, 1]$,

b) $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1, 1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x, y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1, 1]$, navíc $F'_y(P) =$

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2+1+1-4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

b) $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1, 1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x, y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1, 1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.)

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0 \cdot 1 + 0 = 0$;

b) $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1, 1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x, y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x, y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1, 1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x, y) \equiv y - xe^y + x$, a tedy $F(0, 0) = 0 - 0 \cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x, y) \equiv -e^y + 1$, $F'_y(x, y) \equiv 1 - xe^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému,

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0 \cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -\mathrm{e}^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - x\mathrm{e}^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$,

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0 \cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -\mathrm{e}^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - x\mathrm{e}^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2+1+1-4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0\cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -\mathrm{e}^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - x\mathrm{e}^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

d) $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$, a tedy pro $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ je

$$F(P) \quad =$$

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2+1+1-4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0\cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -\mathrm{e}^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - x\mathrm{e}^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

d) $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$, a tedy pro $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ je

$$
\begin{aligned}
F(P) &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\cdot\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1 = \\
&=
\end{aligned}
$$

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - xe^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0 \cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -e^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - xe^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

d) $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$, a tedy pro $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ je

$$\begin{aligned} F(P) &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2 \cdot \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1 = \\ &= 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} - 2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} + 1 = 0; \end{aligned}$$

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2 + 1 + 1 - 4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - xe^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0 \cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -e^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - xe^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

d) $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$, a tedy pro $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ je

$$\begin{aligned} F(P) &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2 \cdot \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1 = \\ &= 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} - 2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} + 1 = 0; \end{aligned}$$

funkce $F'_x(x,y) \equiv 2x - 2$, $F'_y(x,y) \equiv 2y + 2$ jsou spojité v celé kartézské rovině,

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2+1+1-4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0 \cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -\mathrm{e}^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - x\mathrm{e}^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

d) $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$, a tedy pro $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ je

$$\begin{aligned} F(P) &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2 \cdot \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1 = \\ &= 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} - 2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} + 1 = 0; \end{aligned}$$

funkce $F'_x(x,y) \equiv 2x - 2$, $F'_y(x,y) \equiv 2y + 2$ jsou spojité v celé kartézské rovině, navíc

$$F'_y(P) =$$

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2+1+1-4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0 \cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -\mathrm{e}^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - x\mathrm{e}^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

d) $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$, a tedy pro $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ je

$$\begin{aligned} F(P) &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2 \cdot \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1 = \\ &= 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} - 2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} + 1 = 0; \end{aligned}$$

funkce $F'_x(x,y) \equiv 2x - 2$, $F'_y(x,y) \equiv 2y + 2$ jsou spojité v celé kartézské rovině, navíc

$$F'_y(P) = 2 \cdot \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2 =$$

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2+1+1-4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - xe^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0\cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -e^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - xe^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

d) $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$, a tedy pro $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ je

$$\begin{aligned} F(P) &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\cdot\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1 = \\ &= 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} - 2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} + 1 = 0; \end{aligned}$$

funkce $F'_x(x,y) \equiv 2x - 2$, $F'_y(x,y) \equiv 2y + 2$ jsou spojité v celé kartézské rovině, navíc

$$F'_y(P) = 2\cdot\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2 = -2 + \sqrt{2} + 2 = \sqrt{2} \neq 0,$$

b) $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$, a tedy pro $P = [1,1]$ platí: $F(P) = 2+1+1-4 = 0$, tj. podmínka **(H1)** je i pro případ b) splněna; obě funkce $F'_x(x,y) \equiv 6x^2y + 2xy^2 + y^3$, $F'_y(x,y) \equiv 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2$ jsou spojité na libovolném okolí bodu $P = [1,1]$, navíc $F'_y(P) = 7 \neq 0$, tj. jsou splněny i podmínky **(H2)** a **(H3)**, a podle výše zmíněné věty existuje okolí bodu P, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

c) (Už stručně.) $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$, a tedy $F(0,0) = 0 - 0\cdot 1 + 0 = 0$; funkce $F'_x(x,y) \equiv -\mathrm{e}^y + 1$, $F'_y(x,y) \equiv 1 - x\mathrm{e}^y$ jsou spojité na libovolném okolí počátku souřadnicového systému, navíc $F'_y(0,0) = 1 \neq 0$, tj. existuje okolí bodu $P = [0,0]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

d) $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$, a tedy pro $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ je

$$\begin{aligned} F(P) &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\cdot\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1 = \\ &= 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2} - 2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} + 1 = 0; \end{aligned}$$

funkce $F'_x(x,y) \equiv 2x - 2$, $F'_y(x,y) \equiv 2y + 2$ jsou spojité v celé kartézské rovině, navíc

$$F'_y(P) = 2\cdot\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2 = -2 + \sqrt{2} + 2 = \sqrt{2} \neq 0,$$

tj. existuje okolí bodu $P = \left[1 - \sqrt{2}/2; -1 + \sqrt{2}/2\right]$, na kterém daná rovnice určuje implicitně funkci $y = f(x)$;

Zatím jsme splnili pouze první část zadání – dokázali jsme existenci implicitních funkcí.

Zatím jsme splnili pouze první část zadání – dokázali jsme existenci implicitních funkcí. V další části pro každou variantu zadání a) až d) určíme rovnici tečny a normály k příslušné křivce $y = f(x)$.

Zatím jsme splnili pouze první část zadání – dokázali jsme existenci implicitních funkcí. V další části pro každou variantu zadání a) až d) určíme rovnici tečny a normály k příslušné křivce $y = f(x)$.

Vyjdeme přitom z výsledků, které už známe z teorie diferenciálního počtu funkce jedné reálné proměnné:

Zatím jsme splnili pouze první část zadání – dokázali jsme existenci implicitních funkcí. V další části pro každou variantu zadání a) až d) určíme rovnici tečny a normály k příslušné křivce $y = f(x)$.

Vyjdeme přitom z výsledků, které už známe z teorie diferenciálního počtu funkce jedné reálné proměnné:

Je-li rovinná křivka γ určena rovnicí $y = f(x)$, potom rovnice tečny t ke křivce γ v daném dotykovém bodě $P = [x_0, y_0]$ je dána vzorcem

$$t: \ y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0), \tag{1}$$

za předpokladu, že derivace $f'(x_0)$ existuje a je konečná.

Zatím jsme splnili pouze první část zadání – dokázali jsme existenci implicitních funkcí. V další části pro každou variantu zadání a) až d) určíme rovnici tečny a normály k příslušné křivce $y = f(x)$.

Vyjdeme přitom z výsledků, které už známe z teorie diferenciálního počtu funkce jedné reálné proměnné:

Je-li rovinná křivka γ určena rovnicí $y = f(x)$, potom rovnice tečny t ke křivce γ v daném dotykovém bodě $P = [x_0, y_0]$ je dána vzorcem

$$t:\ y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0), \tag{1}$$

za předpokladu, že derivace $f'(x_0)$ existuje a je konečná.

Je-li navíc $f'(x_0) \neq 0$, potom můžeme rovnici normály n v daném dotykovém bodě $P = [x_0, y_0]$ hned napsat podle vzorce

$$n:\ y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0).$$

Zatím jsme splnili pouze první část zadání – dokázali jsme existenci implicitních funkcí. V další části pro každou variantu zadání a) až d) určíme rovnici tečny a normály k příslušné křivce $y = f(x)$.

Vyjdeme přitom z výsledků, které už známe z teorie diferenciálního počtu funkce jedné reálné proměnné:

Je-li rovinná křivka γ určena rovnicí $y = f(x)$, potom rovnice tečny t ke křivce γ v daném dotykovém bodě $P = [x_0, y_0]$ je dána vzorcem

$$t: \; y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0), \tag{1}$$

za předpokladu, že derivace $f'(x_0)$ existuje a je konečná.

Je-li navíc $f'(x_0) \neq 0$, potom můžeme rovnici normály n v daném dotykovém bodě $P = [x_0, y_0]$ hned napsat podle vzorce

$$n: \; y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0). \tag{2}$$

Je vidět, že naše schopnost určit rovnice tečny a normály úzce souvisí se schopností spočítat hodnotu derivace $f'(x_0)$ v daném dotykovém bodě: V okamžiku, kdy je tato derivace spočtena, jsou už vlastně obě přímky určeny. Stačí totiž jen postupně dosadit do vzorců (1) a (2).

Z předchozího kurzu diferenciálního počtu už umíme určit hodnotu derivace pro funkci $y = f(x)$, která je zadána tzv. *explicitně* – tj. je zadána rovnicí už rozřešenou pro závisle proměnnou y.

Např. pro $y = \mathrm{e}^x + x + \sin\sqrt{x^2+1}$ snadno vypočteme:

$$y' = e^x + 1 + \cos\sqrt{x^2+1} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$

(Zkuste samostatně:-)

Z předchozího kurzu diferenciálního počtu už umíme určit hodnotu derivace pro funkci $y = f(x)$, která je zadána tzv. *explicitně* – tj. je zadána rovnicí už rozřešenou pro závisle proměnnou y.

Např. pro $y = \mathrm{e}^x + x + \sin\sqrt{x^2+1}$ snadno vypočteme:

$$y' = e^x + 1 + \cos\sqrt{x^2+1} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$ (Zkuste samostatně:-)

Ani jedna z rovnic

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0,$

b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0,$

c) $y - x\mathrm{e}^y + x = 0,$

d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$

ale pro y rozřešena není!

Z předchozího kurzu diferenciálního počtu už umíme určit hodnotu derivace pro funkci $y = f(x)$, která je zadána tzv. *explicitně* – tj. je zadána rovnicí už rozřešenou pro závisle proměnnou y.

Např. pro $y = \mathrm{e}^x + x + \sin\sqrt{x^2+1}$ snadno vypočteme:

$$y' = e^x + 1 + \cos\sqrt{x^2+1} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$

(Zkuste samostatně:-)

Ani jedna z rovnic

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0,$

b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0,$

c) $y - x\mathrm{e}^y + x = 0,$

d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$

ale pro y rozřešena není! V takovém případě, kdy rovnice „ještě čeká na své rozřešení“, mluvíme o tzv. *implicitním zadání* funkce f.

Z předchozího kurzu diferenciálního počtu už umíme určit hodnotu derivace pro funkci $y = f(x)$, která je zadána tzv. *explicitně* – tj. je zadána rovnicí už rozřešenou pro závisle proměnnou y.

Např. pro $y = \mathrm{e}^x + x + \sin\sqrt{x^2+1}$ snadno vypočteme:

$$y' = e^x + 1 + \cos\sqrt{x^2+1} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$ (Zkuste samostatně:-)

Ani jedna z rovnic

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0,$

b) $2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4 = 0,$

c) $y - x\mathrm{e}^y + x = 0,$

d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$

ale pro y rozřešena není! V takovém případě, kdy rovnice „ještě čeká na své rozřešení“, mluvíme o tzv. *implicitním zadání* funkce f.

Ukážeme si dva způsoby, jak při výpočtu derivace v bodě implicitně zadáné funkce postupovat.

První způsob.

Je-li funkce $y = f(x)$ dána v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$, potom hodnotu derivace $f'(x_0)$ můžeme počítat přímým dosazením do vzorce

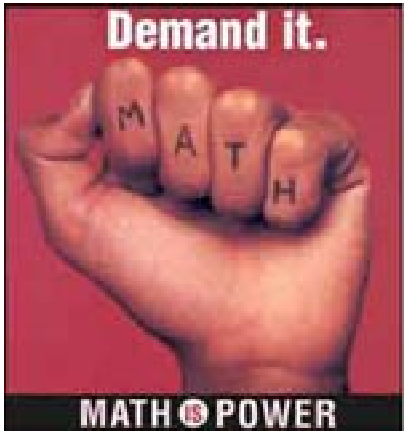
$$f'(x_0) = -\frac{F'_x(P)}{F'_y(P)}.$$

První způsob.

Je-li funkce $y = f(x)$ dána v okolí bodu $P = [x_0, y_0]$ implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$, potom hodnotu derivace $f'(x_0)$ můžeme počítat přímým dosazením do vzorce

$$f'(x_0) = -\frac{F'_x(P)}{F'_y(P)}. \tag{3}$$

Tento vzorec nyní v kombinaci s výše uvedenými vzorci (1) a (2) použijeme pro postupné určení hodnot derivací v daných bodech a určení rovnic tečen a normál pro naše varianty zadání a) až d).



(:-))

a) Pro $F(x, y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1, 3]$ máme $F'_x(x, y) \equiv$

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv$

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv 2x + 2y + 2$,

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv 2x + 2y + 2$, a tedy podle vzorce (3) můžeme hned psát:

$$f'(1) =$$

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv 2x + 2y + 2$, a tedy podle vzorce (3) můžeme hned psát:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,3)}{F'_y(1,3)} =$$

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv 2x + 2y + 2$, a tedy podle vzorce (3) můžeme hned psát:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,3)}{F'_y(1,3)} = -\frac{2+6-4}{2+6+2} = -\frac{4}{10} =$$

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv 2x + 2y + 2$, a tedy podle vzorce (3) můžeme hned psát:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,3)}{F'_y(1,3)} = -\frac{2+6-4}{2+6+2} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5},$$

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv 2x + 2y + 2$, a tedy podle vzorce (3) můžeme hned psát:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,3)}{F'_y(1,3)} = -\frac{2+6-4}{2+6+2} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5},$$

a pak podle (1) a (2) máme:

[*Všimněte si modré barvy písma v předchozím vzorci.*

Ukazujeme Vám vazbu mezi jednotlivými výpočty - co kam v dalším dosadit...]

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv 2x + 2y + 2$, a tedy podle vzorce (3) můžeme hned psát:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,3)}{F'_y(1,3)} = -\frac{2+6-4}{2+6+2} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5},$$

a pak podle (1) a (2) máme:

[*Všimněte si modré barvy písma v předchozím vzorci.*

Ukazujeme Vám vazbu mezi jednotlivými výpočty - co kam v dalším dosadit...]

Rovnici tečny ke křivce $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$ v daném dotykovém bodě $P = [1,3]$

$$t: \; y - 3 = -\frac{2}{5} \cdot (x - 1) \implies \boxed{t: \; 2x + 5y - 17 = 0;}$$

a) Pro $F(x,y) \equiv x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18$ a $P = [1,3]$ máme $F'_x(x,y) \equiv 2x + 2y - 4$ a $F'_y(x,y) \equiv 2x + 2y + 2$, a tedy podle vzorce (3) můžeme hned psát:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,3)}{F'_y(1,3)} = -\frac{2+6-4}{2+6+2} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5},$$

a pak podle (1) a (2) máme:

[*Všimněte si modré barvy písma v předchozím vzorci.*

Ukazujeme Vám vazbu mezi jednotlivými výpočty - co kam v dalším dosadit...]

Rovnici tečny ke křivce $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 18 = 0$ v daném dotykovém bodě $P = [1,3]$

$$t: \ y - 3 = -\frac{2}{5} \cdot (x - 1) \implies \boxed{t: \ 2x + 5y - 17 = 0;}$$

Podobně rovnici normály

$$n: \ y - 3 = \frac{5}{2} \cdot (x - 1) \implies \boxed{t: \ 5x - 2y + 1 = 0.}$$

b) Jsou dány funkce $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$ a bod $P = [1, 1]$.
Užití vzorce (3) nám dává:

$$f'(1) =$$

b) Jsou dány funkce $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$ a bod $P = [1,1]$.
Užití vzorce (3) nám dává:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,1)}{F'_y(1,1)} =$$

b) Jsou dány funkce $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$ a bod $P = [1,1]$.
Užití vzorce (3) nám dává:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,1)}{F'_y(1,1)} = -\left.\frac{6x^2y + 2xy^2 + y^3}{2x^3 + 2x^2y + 3xy^2}\right|_{P=[1,1]} =$$

b) Jsou dány funkce $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$ a bod $P = [1,1]$.
Užití vzorce (3) nám dává:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,1)}{F'_y(1,1)} = -\left.\frac{6x^2y + 2xy^2 + y^3}{2x^3 + 2x^2y + 3xy^2}\right|_{P=[1,1]} = -\frac{6+2+1}{2+2+3} =$$

b) Jsou dány funkce $F(x,y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$ a bod $P = [1,1]$.
Užití vzorce (3) nám dává:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,1)}{F'_y(1,1)} = -\left.\frac{6x^2y + 2xy^2 + y^3}{2x^3 + 2x^2y + 3xy^2}\right|_{P=[1,1]} = -\frac{6+2+1}{2+2+3} = -\frac{9}{7}.$$

b) Jsou dány funkce $F(x, y) \equiv 2x^3y + x^2y^2 + xy^3 - 4$ a bod $P = [1, 1]$.
Užití vzorce (3) nám dává:

$$f'(1) = -\frac{F'_x(1,1)}{F'_y(1,1)} = -\left.\frac{6x^2y + 2xy^2 + y^3}{2x^3 + 2x^2y + 3xy^2}\right|_{P=[1,1]} = -\frac{6+2+1}{2+2+3} = -\frac{9}{7}. \qquad (4)$$

Jako v případě a) potom máme:

$$t:\ y - 1 = -\frac{9}{7}\cdot(x-1) \implies \boxed{t:\ 9x + 7y - 16 = 0;}$$

$$n:\ y - 1 = \frac{7}{9}\cdot(x-1) \implies \boxed{t:\ 7x - 9y + 2 = 0.}$$

c) Máme $F(x,y) \equiv y - xe^y + x$ a $P = [0,0]$.
Počítejme opět podle vzorce (3):

$$f'(0) =$$

c) Máme $F(x, y) \equiv y - x\mathrm{e}^{y} + x$ a $P = [0, 0]$.
Počítejme opět podle vzorce (3):

$$f'(0) = -\frac{F'_x(0,0)}{F'_y(0,0)} =$$

c) Máme $F(x, y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$ a $P = [0, 0]$.
Počítejme opět podle vzorce (3):

$$f'(0) = -\frac{F'_x(0,0)}{F'_y(0,0)} = -\frac{-\mathrm{e}^y + 1}{1 - x\mathrm{e}^y}\bigg|_{P=[0,0]} =$$

c) Máme $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$ a $P = [0,0]$.
Počítejme opět podle vzorce (3):

$$f'(0) = -\frac{F'_x(0,0)}{F'_y(0,0)} = -\left.\frac{-\mathrm{e}^y + 1}{1 - x\mathrm{e}^y}\right|_{P=[0,0]} = -\frac{-1+1}{1-0} =$$

c) Máme $F(x, y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$ a $P = [0, 0]$.
Počítejme opět podle vzorce (3):

$$f'(0) = -\frac{F'_x(0,0)}{F'_y(0,0)} = -\left.\frac{-\mathrm{e}^y + 1}{1 - x\mathrm{e}^y}\right|_{P=[0,0]} = -\frac{-1+1}{1-0} = 0, \tag{5}$$

tedy $t: \; y - 0 = 0 \cdot (x - 0),$ neboli $t: \; y = 0.$

c) Máme $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$ a $P = [0,0]$.
Počítejme opět podle vzorce (3):

$$f'(0) = -\frac{F'_x(0,0)}{F'_y(0,0)} = -\left.\frac{-\mathrm{e}^y + 1}{1 - x\mathrm{e}^y}\right|_{P=[0,0]} = -\frac{-1+1}{1-0} = 0, \tag{5}$$

tedy $t:\ y - 0 = 0 \cdot (x - 0),$ neboli $t:\ y = 0.$

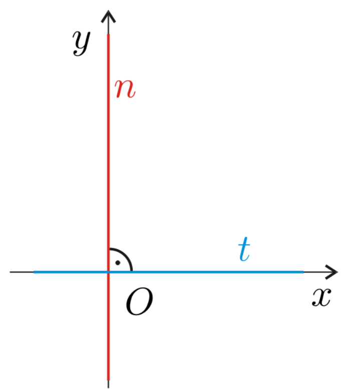
Normálu vidíme hned z obrázku:

c) Máme $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$ a $P = [0,0]$.
Počítejme opět podle vzorce (3):

$$f'(0) = -\frac{F'_x(0,0)}{F'_y(0,0)} = -\left.\frac{-\mathrm{e}^y + 1}{1 - x\mathrm{e}^y}\right|_{P=[0,0]} = -\frac{-1+1}{1-0} = 0, \tag{5}$$

tedy $t: \; y - 0 = 0 \cdot (x - 0),$ neboli $t: \; y = 0.$

Normálu vidíme hned z obrázku:



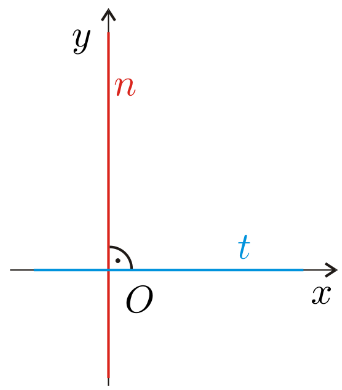
Tedy máme $n: \; x = 0.$

c) Máme $F(x,y) \equiv y - x\mathrm{e}^y + x$ a $P = [0,0]$.
Počítejme opět podle vzorce (3):

$$f'(0) = -\frac{F'_x(0,0)}{F'_y(0,0)} = -\left.\frac{-\mathrm{e}^y + 1}{1 - x\mathrm{e}^y}\right|_{P=[0,0]} = -\frac{-1+1}{1-0} = 0, \tag{5}$$

tedy $\boxed{t:\; y - 0 = 0 \cdot (x - 0),}$ neboli $\boxed{t:\; y = 0.}$

Normálu vidíme hned z obrázku:



Tedy máme $\boxed{n:\; x = 0.}$

Komentář pod čarou: Směrnice normály $\frac{1}{0} = \infty$ *dává skutečně úhel* $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

d) Máme dánu funkci $F(x, y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme –

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

d) Máme dánu funkci $F(x, y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x, y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= \end{aligned}$$

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = \end{aligned}$$

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

$$F'_x(x,y) \equiv 2 \cdot (x-1)\,, \qquad F'_y(x,y) \equiv 2 \cdot (y+1)\,.$$

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

$$F'_x(x,y) \equiv 2 \cdot (x-1)\,, \qquad F'_y(x,y) \equiv 2 \cdot (y+1)\,.$$

Dále máme

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

$$F'_x(x,y) \equiv 2 \cdot (x-1)\,, \qquad F'_y(x,y) \equiv 2 \cdot (y+1)\,.$$

Dále máme $f'\left(1 - \sqrt{2}/2\right) =$

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

$$F'_x(x,y) \equiv 2 \cdot (x-1)\,, \qquad F'_y(x,y) \equiv 2 \cdot (y+1)\,.$$

Dále máme $f'\left(1 - \sqrt{2}/2\right) = -\frac{F'_x(P)}{F'_y(P)} =$

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

$$F'_x(x,y) \equiv 2 \cdot (x-1)\,, \qquad F'_y(x,y) \equiv 2 \cdot (y+1)\,.$$

Dále máme $f'\left(1 - \sqrt{2}/2\right) = -\frac{F'_x(P)}{F'_y(P)} = \frac{1-x}{1+y}\Big|_{\left[1-\frac{\sqrt{2}}{2}, -1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right]} =$

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

$$F'_x(x,y) \equiv 2 \cdot (x-1)\,, \qquad F'_y(x,y) \equiv 2 \cdot (y+1)\,.$$

Dále máme $$f'\left(1 - \sqrt{2}/2\right) = -\frac{F'_x(P)}{F'_y(P)} = \frac{1-x}{1+y}\bigg|_{\left[1-\frac{\sqrt{2}}{2}, -1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right]} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} =$$

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

$$F'_x(x,y) \equiv 2 \cdot (x-1)\,, \qquad F'_y(x,y) \equiv 2 \cdot (y+1)\,.$$

Dále máme $f'\left(1 - \sqrt{2}/2\right) = -\frac{F'_x(P)}{F'_y(P)} = \frac{1-x}{1+y}\Big|_{\left[1-\frac{\sqrt{2}}{2}, -1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right]} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$ a nakonec

$$t:\; y - \left(-1 + \sqrt{2}/2\right) = 1 \cdot \left(x - 1 + \sqrt{2}/2\right) \quad \Longrightarrow \quad t:\; x - y + \sqrt{2} - 2 = 0,$$

d) Máme dánu funkci $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ a bod $P = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Upravme předpis funkce F užitím postupu tzv. doplnění na čtverec. *Není to bezpodmínečně nutné, ale možná tak uvidíte tento příklad v dalších souvislostech.*

Postupně tedy dostáváme – sledujte barvy, pomohou Vám lépe se orientovat v upravovaných výrazech:

$$\begin{aligned} F(x,y) &= x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = \\ &= (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 + (y+1)^2 - 1. \end{aligned}$$

Derivováním (s použitím pravidla pro derivování složené funkce) dostáváme:

$$F'_x(x,y) \equiv 2 \cdot (x-1)\,, \qquad F'_y(x,y) \equiv 2 \cdot (y+1)\,.$$

Dále máme $f'\left(1 - \sqrt{2}/2\right) = -\frac{F'_x(P)}{F'_y(P)} = \frac{1-x}{1+y}\Big|_{\left[1-\frac{\sqrt{2}}{2}, -1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right]} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$ a nakonec

$$t: \; y - \left(-1 + \sqrt{2}/2\right) = 1 \cdot \left(x - 1 + \sqrt{2}/2\right) \quad \Longrightarrow \quad t: \; x - y + \sqrt{2} - 2 = 0,$$

$$n: \; y - \left(-1 + \sqrt{2}/2\right) = -1 \cdot \left(x - 1 + \sqrt{2}/2\right) \quad \Longrightarrow \quad n: \; x + y = 0.$$

Druhý způsob

V poznámce na 4. stráně tohoto textu jsme řekli si, že si ukážeme celkem dva postupy, jak počítat derivaci funkce, která je daná implicitně.

Druhý způsob

V poznámce na 4. straně tohoto textu jsme řekli si, že si ukážeme celkem dva postupy, jak počítat derivaci funkce, která je daná implicitně.

Pro naše zadání a) si ukažme postup založený na přímém zderivování rovnice $F(x, y) = 0$.

Druhý způsob

V poznámce na 4. stráně tohoto textu jsme řekli si, že si ukážeme celkem dva postupy, jak počítat derivaci funkce, která je daná implicitně.

Pro naše zadání a) si ukažme postup založený na přímém zderivování rovnice $F(x, y) = 0$.

Tato technika ,,přímého derivování rovnice" má další výhodu v tom, že můžeme jednoduše počítat derivace řádu vyššího jako prvního – což si v dalším také ukážeme.

Druhý způsob

V poznámce na 4. straně tohoto textu jsme řekli si, že si ukážeme celkem dva postupy, jak počítat derivaci funkce, která je daná implicitně.

Pro naše zadání a) si ukažme postup založený na přímém zderivování rovnice $F(x, y) = 0$.
Tato technika ,,přímého derivování rovnice" má další výhodu v tom, že můžeme jednoduše počítat derivace řádu vyššího jako prvního – což si v dalším také ukážeme.

Poznámka. Když mluvíme o ,,zderivování rovnice", rozumíme tí, že budeme zvlášť derivovat levou i pravou stranu rovnice. Přitom si uvědomme, že proměnná y v rovnici značí funkci proměnné x, a tedy pro derivování výrazů, které y obsahují, musíme použít pravidlo pro derivování složené funkce.

Druhý způsob

V poznámce na 4. straně tohoto textu jsme řekli si, že si ukážeme celkem dva postupy, jak počítat derivaci funkce, která je daná implicitně.

Pro naše zadání a) si ukažme postup založený na přímém zderivování rovnice $F(x, y) = 0$.
Tato technika „přímého derivování rovnice“ má další výhodu v tom, že můžeme jednoduše počítat derivace řádu vyššího jako prvního – což si v dalším také ukážeme.

Poznámka. Když mluvíme o „zderivování rovnice“, rozumíme tí, že budeme zvlášť derivovat levou i pravou stranu rovnice. Přitom si uvědomme, že proměnná y v rovnici značí funkci proměnné x, a tedy pro derivování výrazů, které y obsahují, musíme použít pravidlo pro derivování složené funkce.

$$F(x, y(x)) \equiv x^2 + 2xy(x) + [y(x)]^2 - 4x + 2y(x) - 18 \quad = \quad 0$$

$$\downarrow \text{derivujme rovnici podle } x \downarrow \qquad \Downarrow$$

Druhý způsob

V poznámce na 4. straně tohoto textu jsme řekli si, že si ukážeme celkem dva postupy, jak počítat derivaci funkce, která je daná implicitně.

Pro naše zadání a) si ukažme postup založený na přímém zderivování rovnice $F(x, y) = 0$.
Tato technika ,,přímého derivování rovnice" má další výhodu v tom, že můžeme jednoduše počítat derivace řádu vyššího jako prvního – což si v dalším také ukážeme.

Poznámka. Když mluvíme o ,,zderivování rovnice", rozumíme tí, že budeme zvlášť derivovat levou i pravou stranu rovnice. Přitom si uvědomme, že proměnná y v rovnici značí funkci proměnné x, a tedy pro derivování výrazů, které y obsahují, musíme použít pravidlo pro derivování složené funkce.

$$\begin{aligned}
F(x, y(x)) \equiv x^2 + 2xy(x) + [y(x)]^2 - 4x + 2y(x) - 18 &= 0 \\
\downarrow\text{derivujme rovnici podle } x\downarrow \quad &\Downarrow \\
\Big(x^2 + 2xy(x) + (y(x))^2 - 4x + 2y(x) - 18\Big)' &= 0 \\
\downarrow\text{pravidlo pro derivování součtu}\downarrow \quad &\Downarrow
\end{aligned}$$

Druhý způsob

V poznámce na 4. straně tohoto textu jsme řekli si, že si ukážeme celkem dva postupy, jak počítat derivaci funkce, která je daná implicitně.

Pro naše zadání a) si ukažme postup založený na přímém zderivování rovnice $F(x, y) = 0$.
Tato technika „přímého derivování rovnice" má další výhodu v tom, že můžeme jednoduše počítat derivace řádu vyššího jako prvního – což si v dalším také ukážeme.

Poznámka. Když mluvíme o „zderivování rovnice", rozumíme tí, že budeme zvlášť derivovat levou i pravou stranu rovnice. Přitom si uvědomme, že proměnná y v rovnici značí funkci proměnné x, a tedy pro derivování výrazů, které y obsahují, musíme použít pravidlo pro derivování složené funkce.

$$
\begin{aligned}
F(x, y(x)) \equiv x^2 + 2xy(x) + [y(x)]^2 - 4x + 2y(x) - 18 \quad &= \quad 0 \\
\downarrow\text{derivujme rovnici podle } x \downarrow \quad &\Downarrow \\
\left(x^2 + 2xy(x) + (y(x))^2 - 4x + 2y(x) - 18\right)' \quad &= \quad 0 \\
\downarrow\text{pravidlo pro derivování součtu}\downarrow \quad &\Downarrow \\
2x + \underbrace{2y(x) + 2x \cdot y'(x)}_{\text{derivování součinu}} + \underbrace{2y(x) \cdot y'(x)}_{\text{derivování složené fce}} - 4 + 2y'(x) \quad &= \quad 0
\end{aligned}
$$

Odtud po úpravě máme

$$y'(x) \cdot (-2x - 2y(x) + 4) = 2x + 2y(x) + 2$$

Odtud po úpravě máme

$$y'(x) \cdot (-2x - 2y(x) + 4) = 2x + 2y(x) + 2$$

a vhodným podělením dostáváme

$$y'(x) =$$

Odtud po úpravě máme

$$y'(x) \cdot (-2x - 2y(x) + 4) = 2x + 2y(x) + 2$$

a vhodným podělením dostáváme

$$y'(x) = -\frac{x + y(x) - 2}{x + y(x) + 1}, \tag{6}$$

což je přesně $-\frac{F'_x}{F'_y}$, jak bylo vypočteno na straně 6.

Odtud po úpravě máme

$$y'(x) \cdot (-2x - 2y(x) + 4) = 2x + 2y(x) + 2$$

a vhodným podělením dostáváme

$$y'(x) = -\frac{x + y(x) - 2}{x + y(x) + 1}, \tag{6}$$

což je přesně $-\frac{F'_x}{F'_y}$, jak bylo vypočteno na straně 6.

Celkem tedy máme

$$y'(1) =$$

Odtud po úpravě máme

$$y'(x) \cdot (-2x - 2y(x) + 4) = 2x + 2y(x) + 2$$

a vhodným podělením dostáváme

$$y'(x) = -\frac{x + y(x) - 2}{x + y(x) + 1}, \tag{6}$$

což je přesně $-\frac{F'_x}{F'_y}$, jak bylo vypočteno na straně 6.

Celkem tedy máme

$$y'(1) = -\frac{1 + y(1) - 2}{1 + y(1) + 1} =$$

Odtud po úpravě máme

$$y'(x) \cdot (-2x - 2y(x) + 4) = 2x + 2y(x) + 2$$

a vhodným podělením dostáváme

$$y'(x) = -\frac{x + y(x) - 2}{x + y(x) + 1}, \tag{6}$$

což je přesně $-\frac{F'_x}{F'_y}$, jak bylo vypočteno na straně 6.

Celkem tedy máme

$$y'(1) = -\frac{1 + y(1) - 2}{1 + y(1) + 1} = -\frac{1 + 3 - 2}{1 + 3 + 1} =$$

Odtud po úpravě máme

$$y'(x) \cdot (-2x - 2y(x) + 4) = 2x + 2y(x) + 2$$

a vhodným podělením dostáváme

$$y'(x) = -\frac{x + y(x) - 2}{x + y(x) + 1}, \tag{6}$$

což je přesně $-\frac{F'_x}{F'_y}$, jak bylo vypočteno na straně 6.

Celkem tedy máme

$$y'(1) = -\frac{1 + y(1) - 2}{1 + y(1) + 1} = -\frac{1 + 3 - 2}{1 + 3 + 1} = \underline{\underline{-\frac{2}{5}}},$$

kde jsme dosazovali předepsanou hodnotu $y(1) = 3$, tj. druhou souřadnici daného bodu $P = [1, 3]$.

Výpočet druhé derivace

Výpočet druhé derivace

Technika ,,derivování rovnice" nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$y'(x) = -\frac{x + y(x) - 2}{x + y(x) + 1}$$

↓derivujme levou stranu↓ $\Downarrow$ ↓derivujme pravou stranu↓

Výpočet druhé derivace

Technika „derivování rovnice“ nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$y'(x) = -\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}$$

↓derivujme levou stranu↓ $\Downarrow$ ↓derivujme pravou stranu↓

$$\Big(y'(x)\Big)' = \left(-\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}\right)'$$

Výpočet druhé derivace

Technika „derivování rovnice“ nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$
\begin{array}{rcl}
y'(x) & = & -\dfrac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1} \\
\downarrow\text{derivujme levou stranu}\downarrow & \Downarrow & \downarrow\text{derivujme pravou stranu}\downarrow \\
\big(y'(x)\big)' & = & \left(-\dfrac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}\right)' \\
 & \Downarrow & \downarrow\text{pravidlo pro derivování podílu}\downarrow \\
y''(x) & = &
\end{array}
$$

Výpočet druhé derivace

Technika ,,derivování rovnice" nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$
\begin{aligned}
y'(x) &= -\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1} \\
\downarrow\text{derivujme levou stranu}\downarrow \quad & \Downarrow \quad \downarrow\text{derivujme pravou stranu}\downarrow \\
\big(y'(x)\big)' &= \left(-\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}\right)' \\
& \Downarrow \quad \downarrow\text{pravidlo pro derivování podílu}\downarrow \\
y''(x) &= -\frac{(x+y(x)-2)'(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(x+y(x)+1)'}{(x+y(x)+1)^2} = \\
&=
\end{aligned}
$$

Výpočet druhé derivace

Technika ,,derivování rovnice" nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$
\begin{aligned}
y'(x) \quad &= \quad -\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1} \\
\downarrow\text{derivujme levou stranu}\downarrow \quad &\Downarrow \quad \downarrow\text{derivujme pravou stranu}\downarrow \\
\big(y'(x)\big)' \quad &= \quad \left(-\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}\right)' \\
&\Downarrow \quad \downarrow\text{pravidlo pro derivování podílu}\downarrow \\
y''(x) \quad &= \quad -\frac{(x+y(x)-2)'(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(x+y(x)+1)'}{(x+y(x)+1)^2} = \\
&= \quad -\frac{(1+y'(x))(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2} = \\
&=
\end{aligned}
$$

Výpočet druhé derivace

Technika ,,derivování rovnice" nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$
\begin{array}{rcl}
y'(x) & = & -\dfrac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1} \\
\downarrow\text{derivujme levou stranu}\downarrow & \Downarrow & \downarrow\text{derivujme pravou stranu}\downarrow \\
\Big(y'(x)\Big)' & = & \left(-\dfrac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}\right)' \\
 & \Downarrow & \downarrow\text{pravidlo pro derivování podílu}\downarrow \\
y''(x) & = & -\dfrac{(x+y(x)-2)'(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(x+y(x)+1)'}{(x+y(x)+1)^2} = \\
 & = & -\dfrac{(1+y'(x))(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2} = \\
 & = & -\dfrac{3(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2}
\end{array}
$$

Výpočet druhé derivace

Technika ,,derivování rovnice" nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$
\begin{array}{rcl}
y'(x) & = & -\dfrac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1} \\
\downarrow\text{derivujme levou stranu}\downarrow & \Downarrow & \downarrow\text{derivujme pravou stranu}\downarrow \\
\left(y'(x)\right)' & = & \left(-\dfrac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}\right)' \\
 & \Downarrow & \downarrow\text{pravidlo pro derivování podílu}\downarrow \\
y''(x) & = & -\dfrac{(x+y(x)-2)'(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(x+y(x)+1)'}{(x+y(x)+1)^2} = \\
 & = & -\dfrac{(1+y'(x))(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2} = \\
 & = & -\dfrac{3(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2}
\end{array}
$$

Již dříve jsme určili $y(1) = 3$ a $y'(1) = -\frac{2}{5}$, tudíž hned máme $y''(1) =$

Výpočet druhé derivace

Technika ,,derivování rovnice" nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$y'(x) = -\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}$$

↓derivujme levou stranu↓ $\Downarrow$ ↓derivujme pravou stranu↓

$$\left(y'(x)\right)' = \left(-\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}\right)'$$

$\Downarrow$ ↓pravidlo pro derivování podílu↓

$$\begin{aligned} y''(x) &= -\frac{(x+y(x)-2)'(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(x+y(x)+1)'}{(x+y(x)+1)^2} = \\ &= -\frac{(1+y'(x))(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2} = \\ &= -\frac{3(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2} \end{aligned}$$

Již dříve jsme určili $y(1) = 3$ a $y'(1) = -\frac{2}{5}$, tudíž hned máme $y''(1) = -\frac{3\cdot(1-\frac{2}{5})}{(1+3+1)^2} =$

Výpočet druhé derivace

Technika ,,derivování rovnice“ nám umožní výpočet derivací vyšších řádů. S využitím vztahu (6) máme:

$$y'(x) = -\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}$$

↓derivujme levou stranu↓ $\Downarrow$ ↓derivujme pravou stranu↓

$$\left(y'(x)\right)' = \left(-\frac{x+y(x)-2}{x+y(x)+1}\right)'$$

$\Downarrow$ ↓pravidlo pro derivování podílu↓

$$\begin{aligned} y''(x) &= -\frac{(x+y(x)-2)'(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(x+y(x)+1)'}{(x+y(x)+1)^2} = \\ &= -\frac{(1+y'(x))(x+y(x)+1)-(x+y(x)-2)(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2} = \\ &= -\frac{3(1+y'(x))}{(x+y(x)+1)^2} \end{aligned}$$

Již dříve jsme určili $y(1) = 3$ a $y'(1) = -\frac{2}{5}$, tudíž hned máme $y''(1) = -\frac{3\cdot(1-\frac{2}{5})}{(1+3+1)^2} = \underline{\underline{-\frac{9}{125}}}$.

Úkol pro Vás:

Úkol pro Vás: *Užitím právě ukázané techniky „derivování rovnice“ samostatně spočtěte derivace prvního řádu pro varianty zadání b), c) a d).*

Úkol pro Vás: *Užitím právě ukázané techniky „derivování rovnice“ samostatně spočtěte derivace prvního řádu pro varianty zadání b), c) a d).*

Své výsledky porovnejte s výsledky už určenými v první části tohoto textu.

Doporučená literatura:

[1] Dlouhý, O., Tryhuk, V.: *Diferenciální počet funkcí více reálných proměnných*, CERM, Brno 2004.

zpět/konec