Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\dfrac{x}{z} - \ln \dfrac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3$, $P = [0, -1, 1]$.

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\dfrac{x}{z} - \ln\dfrac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3$, $P = [0, -1, 1]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3$, $P = [0, -1, 1]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\dfrac{x}{z} - \ln \dfrac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3$, $P = [0, -1, 1]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Motivační poznámka:

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\dfrac{x}{z} - \ln \dfrac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3$, $P = [0, -1, 1]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Motivační poznámka:
V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0,\ P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\dfrac{x}{z} - \ln \dfrac{z}{y},\ P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3,\ P = [0, -1, 1]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Motivační poznámka:
V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých,

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0,\ P = [-2, 0, z_0];$

b) $\dfrac{x}{z} - \ln \dfrac{z}{y},\ P = [0, 1, 1];$

c) $3xyz + 1 = z^3,\ P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Motivační poznámka:
V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých, např. $y = x^2 + z^2$).

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\dfrac{x}{z} - \ln \dfrac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3$, $P = [0, -1, 1]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Motivační poznámka:
V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých, např. $y = x^2 + z^2$).

Nejjednodušším příkladem implicitně zadané plochy je např. sféra se středem v bodě $S = [k, l, m]$ a poloměrem r popsaná rovnicí:

$$(x - k)^2 + (y - l)^2 + (z - m)^2 = r^2.$$

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3$, $P = [0, -1, 1]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Motivační poznámka:
V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých, např. $y = x^2 + z^2$).

Nejjednodušším příkladem implicitně zadané plochy je např. sféra se středem v bodě $S = [k, l, m]$ a poloměrem r popsaná rovnicí:

$$(x - k)^2 + (y - l)^2 + (z - m)^2 = r^2.$$

Jak ale hledat tečné roviny a normály takto implicitně zadaných ploch?

Příklad. Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [x_0, y_0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ takto:

a) $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$, $P = [-2, 0, z_0]$;

b) $\dfrac{x}{z} - \ln \dfrac{z}{y}$, $P = [0, 1, 1]$;

c) $3xyz + 1 = z^3$, $P = [0, -1, 1]$.

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Motivační poznámka:
V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých, např. $y = x^2 + z^2$).

Nejjednodušším příkladem implicitně zadané plochy je např. sféra se středem v bodě $S = [k, l, m]$ a poloměrem r popsaná rovnicí:

$$(x - k)^2 + (y - l)^2 + (z - m)^2 = r^2.$$

Jak ale hledat tečné roviny a normály takto implicitně zadaných ploch?

Tento příklad nám k tomu dá určitý návod.

Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:

Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

(H1) $F(P) = 0$;

Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

(H1) $F(P) = 0$; (H2) F'_x, F'_y, F'_z jsou spojité v okolí bodu P;

Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

(H1) $F(P) = 0$; (H2) F'_x, F'_y, F'_z jsou spojité v okolí bodu P; (H3) $F'_z(P) \neq 0$.

Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

(H1) $F(P) = 0$; (H2) F'_x, F'_y, F'_z jsou spojité v okolí bodu P; (H3) $F'_z(P) \neq 0$.

Potom můžeme počítat parciální derivace implicitní funkce f užitím následujících vzorců:

Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

(H1) $F(P) = 0$; (H2) F'_x, F'_y, F'_z jsou spojité v okolí bodu P; (H3) $F'_z(P) \neq 0$.

Potom můžeme počítat parciální derivace implicitní funkce f užitím následujících vzorců:

$$f'_x(x_0, y_0) = -\frac{F'_x(P)}{F'_z(P)};$$

Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

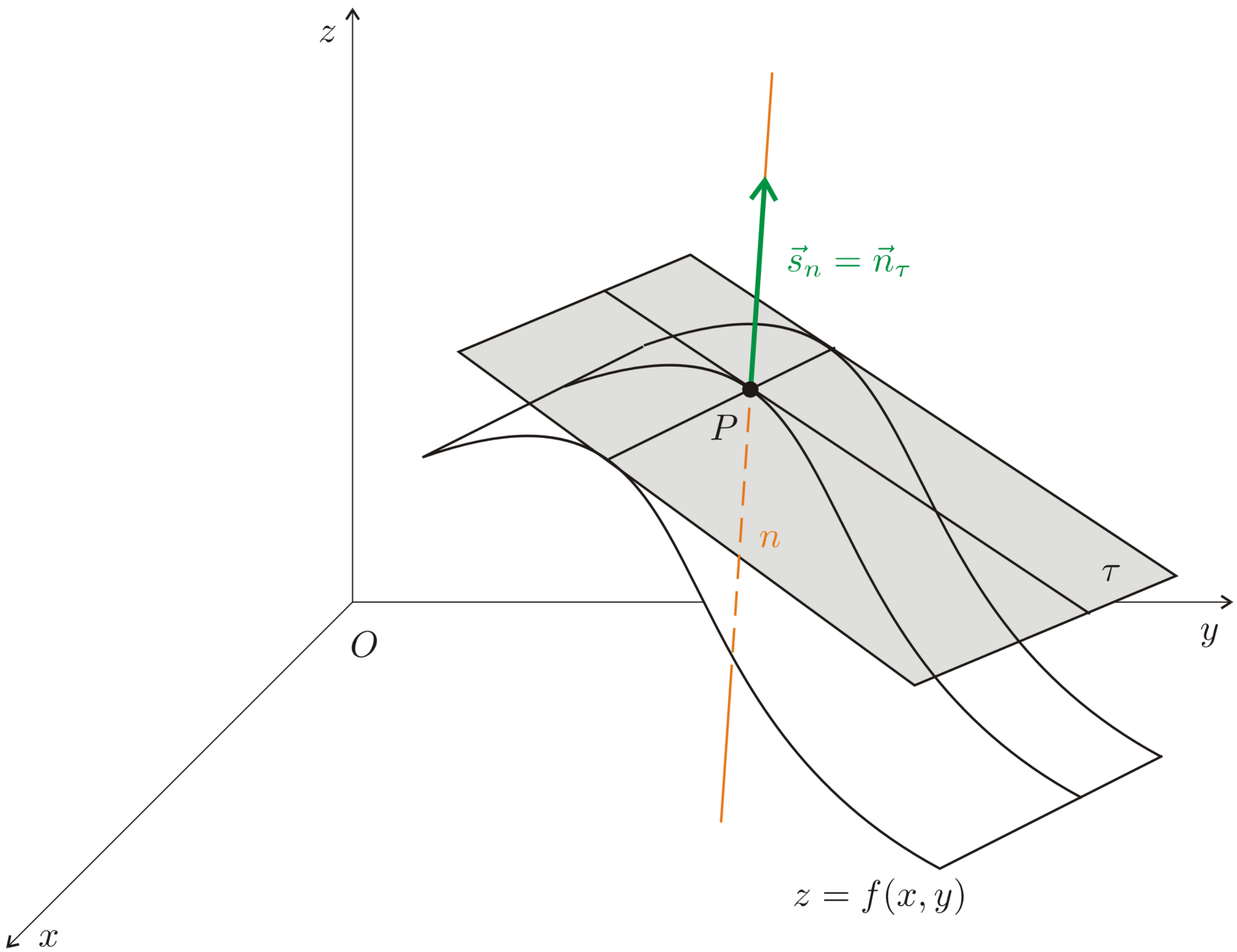
(H1) $F(P) = 0$; (H2) F'_x, F'_y, F'_z jsou spojité v okolí bodu P; (H3) $F'_z(P) \neq 0$.

Potom můžeme počítat parciální derivace implicitní funkce f užitím následujících vzorců:

$$f'_x(x_0, y_0) = -\frac{F'_x(P)}{F'_z(P)}; \qquad f'_y(x_0, y_0) = -\frac{F'_y(P)}{F'_z(P)}. \tag{1}$$

Prostudujte si následující nákres, zvláště věnujte pozornost vztahu mezi normálovým vektorem tečné roviny $\vec{n}_\tau$ a směrovým vektorem normály $\vec{s}_n$:

Prostudujte si následující nákres, zvláště věnujte pozornost vztahu mezi normálovým vektorem tečné roviny $\vec{n}_\tau$ a směrovým vektorem normály $\vec{s}_n$:



Zopakujme si následující vzorce:

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina τ k ploše $z = f(x, y)$ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$ je dána rovnicí:

$$\tau: \; z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \tag{2}$$

neboli její normálový vektor je $\vec{n}_\tau = \left(f'_x(x_0, y_0),\; f'_y(x_0, y_0),\; -1 \right)^{*)}$;

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina τ k ploše $z = f(x, y)$ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$ je dána rovnicí:

$$\tau : \; z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \tag{2}$$

  neboli její normálový vektor je $\vec{n}_\tau = \left(f'_x(x_0, y_0),\; f'_y(x_0, y_0),\; -1 \right)^{*)}$;
- Normála n k této tečné rovině τ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$, tj. normála plochy $z = f(x, y)$ má směrový vektor $\vec{s}_n = \vec{n}_\tau$ a tedy můžeme n parametricky zapsat:

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina τ k ploše $z = f(x,y)$ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$ je dána rovnicí:

$$\tau: \; z - z_0 = f'_x(x_0,y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0,y_0) \cdot (y - y_0), \tag{2}$$

  neboli její normálový vektor je $\vec{n}_\tau = \Big(f'_x(x_0,y_0), \; f'_y(x_0,y_0), \; -1 \Big)^{*)}$;

- Normála n k této tečné rovině τ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$, tj. normála plochy $z = f(x,y)$ má směrový vektor $\vec{s}_n = \vec{n}_\tau$ a tedy můžeme n parametricky zapsat:

$$n: \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & x_0 + t \cdot f'_x(x_0,y_0), \\ y & = & y_0 + t \cdot f'_y(x_0,y_0), \qquad t \in \mathbf{R}. \\ z & = & z_0 - t, \end{array} \right. \tag{3}$$

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina τ k ploše $z = f(x, y)$ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$ je dána rovnicí:

$$\tau : \; z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \tag{2}$$

  neboli její normálový vektor je $\vec{n}_\tau = \Big(f'_x(x_0, y_0),\; f'_y(x_0, y_0),\; -1\Big)^{*)}$;

- Normála n k této tečné rovině τ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$, tj. normála plochy $z = f(x, y)$ má směrový vektor $\vec{s}_n = \vec{n}_\tau$ a tedy můžeme n parametricky zapsat:

$$n : \begin{cases} x = x_0 + t \cdot f'_x(x_0, y_0), \\ y = y_0 + t \cdot f'_y(x_0, y_0), \quad t \in \mathbf{R}. \\ z = z_0 - t, \end{cases} \tag{3}$$

---

*) Troška učiva střední školy: *Koeficienty obecné rovnice roviny hrají roli souřadnic normálového vektoru této roviny,*

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina τ k ploše $z = f(x, y)$ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$ je dána rovnicí:

$$\tau: \; z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \tag{2}$$

  neboli její normálový vektor je $\vec{n}_\tau = \Big(f'_x(x_0, y_0), \; f'_y(x_0, y_0), \; -1 \Big)^{*)}$;

- Normála n k této tečné rovině τ v bodě $P = [x_0, y_0, z_0]$, tj. normála plochy $z = f(x, y)$ má směrový vektor $\vec{s}_n = \vec{n}_\tau$ a tedy můžeme n parametricky zapsat:

$$n: \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & x_0 + t \cdot f'_x(x_0, y_0), \\ y & = & y_0 + t \cdot f'_y(x_0, y_0), \qquad t \in \mathbf{R}. \\ z & = & z_0 - t, \end{array} \right. \tag{3}$$

*) Troška učiva střední školy: *Koeficienty obecné rovnice roviny hrají roli souřadnic normálového vektoru této roviny, tj. je-li* $\rho: \; ax + by + cz = d$ *obecná rovnice dané roviny* ρ, *potom její normálový vektor můžeme okamžitě určit jako* $\vec{n}_\rho = (a, b, c)$.

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$.

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$F'_x(x, y, z) \quad = \quad \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$F'_x(x, y, z) \quad = \quad \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$F'_x(x, y, z) \quad = \quad \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$F'_x(x, y, z) = \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$F'_x(x, y, z) = \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned} F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x; \\ F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = \end{aligned}$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned} F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x; \\ F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = -2y; \end{aligned}$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned}
F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;\\
F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = -2y;\\
F'_z(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_z =
\end{aligned}$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned}
F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x; \\
F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = -2y; \\
F'_z(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_z = \left(2x^2 - y^2\right)'_z + \left(z^3\right)'_z =
\end{aligned}$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned}
F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;\\
F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = -2y;\\
F'_z(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_z = \left(2x^2 - y^2\right)'_z + \left(z^3\right)'_z = 3z^2.
\end{aligned}$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned}
F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x; \\
F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = -2y; \\
F'_z(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_z = \left(2x^2 - y^2\right)'_z + \left(z^3\right)'_z = 3z^2.
\end{aligned}$$

Jak je vidět, funkce F'_x, F'_y a F'_z jsou spojité v okolí bodu P, tj. podmínka (H2) je splněná;

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned}
F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x; \\
F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = -2y; \\
F'_z(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_z = \left(2x^2 - y^2\right)'_z + \left(z^3\right)'_z = 3z^2.
\end{aligned}$$

Jak je vidět, funkce F'_x, F'_y a F'_z jsou spojité v okolí bodu P, tj. podmínka (H2) je splněná; navíc platí

$$F'_z(P) = F'_z(-2, 0, -2) =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned}
F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;\\
F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = -2y;\\
F'_z(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_z = \left(2x^2 - y^2\right)'_z + \left(z^3\right)'_z = 3z^2.
\end{aligned}$$

Jak je vidět, funkce F'_x, F'_y a F'_z jsou spojité v okolí bodu P, tj. podmínka (H2) je splněná; navíc platí

$$F'_z(P) = F'_z(-2, 0, -2) = 3z^2\Big|_{z=-2} = 3 \cdot 4$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí bodu $P = [-2, 0, z_0]$, je-li f zadána implicitně rovnicí $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$ a najděte rovnici tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v daném bodě P.
Řešení. Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu P; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$. Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \Longrightarrow {z_0}^3 + 8 - 0 = 0 \Longrightarrow z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy $P = [-2, 0, -2]$.

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce F:

$$\begin{aligned} F'_x(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x; \\ F'_y(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_y = \left(z^3 + 2x^2\right)'_y - \left(y^2\right)'_y = -2y; \\ F'_z(x, y, z) &= \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_z = \left(2x^2 - y^2\right)'_z + \left(z^3\right)'_z = 3z^2. \end{aligned}$$

Jak je vidět, funkce F'_x, F'_y a F'_z jsou spojité v okolí bodu P, tj. podmínka (H2) je splněná; navíc platí

$$F'_z(P) = F'_z(-2, 0, -2) = 3z^2\Big|_{z=-2} = 3 \cdot 4 \neq 0.$$

Tím je existence implicitní funkce $z = f(x, y)$ v okolí daného bodu P zaručena.

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P.

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$f'_x(x, y) \quad =$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$f'_x(x, y) \quad = \quad -\frac{4x}{3z^2}, \qquad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) \quad = \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$f'_x(x, y) \quad = \quad -\frac{4x}{3z^2}, \qquad \text{tedy} \qquad f'_x(-2, 0) \quad = \quad -\frac{-8}{12} = \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= \end{aligned} \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) &= \end{aligned} \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned}
f'_x(x,y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2,0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3};\\
f'_y(x,y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2,0) = \frac{0}{12} =
\end{aligned} \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) = \frac{0}{12} = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2,0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x,y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2,0) = \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : \; z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0) \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) = \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau: \; z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau: \; 2x - 3z - 2 = 0.$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : \; z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : \; 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

Poznámka: *Všimněte si, že rovina τ je rovnoběžná se souřadnicovou osou y.*

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) = \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : \ z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : \ 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

Poznámka: *Všimněte si, že rovina τ je rovnoběžná se souřadnicovou osou y.*
Vektor $\vec{n}_\tau = (2, 0, -3)$, tj. normálový vektor roviny τ (viz rovnice (4)),

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) = \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau: \ z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau: \ 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

Poznámka: *Všimněte si, že rovina τ je rovnoběžná se souřadnicovou osou y.*
Vektor $\vec{n}_\tau = (2, 0, -3)$, tj. normálový vektor roviny τ (viz rovnice (4)), je zároveň směrovým vektorem normály; můžeme tedy hned psát (viz také (3)):

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) = \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : \; z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : \; 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

Poznámka: *Všimněte si, že rovina τ je rovnoběžná se souřadnicovou osou y.*
Vektor $\vec{n}_\tau = (2, 0, -3)$, tj. normálový vektor roviny τ (viz rovnice (4)), je zároveň směrovým vektorem normály; můžeme tedy hned psát (viz také (3)):

$$n : \begin{cases} x = -2 + 2t, \\ y = 0, \\ z = -2 - 3t, \end{cases} \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny τ a normály n k ploše $z = f(x, y)$ v bodě P. Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).
Vyjdeme z předpisů pro $F'_x = 4x$, $F'_y = -2y$ a $F'_z = 3z^2$, které jsme již určili (viz předchozí strana).
S použití vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_y(-2, 0) = \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau: \; z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau: \; 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

Poznámka: *Všimněte si, že rovina τ je rovnoběžná se souřadnicovou osou y.*
Vektor $\vec{n}_\tau = (2, 0, -3)$, tj. normálový vektor roviny τ (viz rovnice (4)), je zároveň směrovým vektorem normály; můžeme tedy hned psát (viz také (3)):

$$n: \left\{ \begin{aligned} x &= -2 + 2t, \\ y &= 0, \qquad\qquad t \in \mathbf{R}. \\ z &= -2 - 3t, \end{aligned} \right. \tag{5}$$

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0, 1, 1]$.

Existenční podmínky:

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x,y,z) \equiv \frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0,1,1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0,1,1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x,y,z) \equiv \frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0,1,1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0,1,1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0, 1, 1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x,y,z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0,1,1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0,1,1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x,y,z) \equiv \frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0,1,1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0,1,1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)): $f'_x = -\left.\dfrac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P =$

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0, 1, 1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)): $f'_x = -\left.\dfrac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = -\dfrac{1}{0-1} = 1,$

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x,y,z) \equiv \frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0,1,1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0,1,1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

$$f'_x = - \left.\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = - \frac{1}{0-1} = 1,$$

$$f'_y = - \left.\frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P =$$

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0, 1, 1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

$$f'_x = - \left. \frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \right|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$$

$$f'_y = - \left. \frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \right|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$$

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x,y,z) \equiv \frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0,1,1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0,1,1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

$$f'_x = -\left.\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = -\frac{1}{0-1} = 1,$$

$$f'_y = -\left.\frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = -\frac{1}{0-1} = 1,$$

tedy $\tau: \; z - 1 = 1\cdot(x-0) + 1\cdot(y-1)$, což po úpravě dává

$$\tau: \; x + y - z = 0.$$

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0, 1, 1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):
$$f'_x = - \left.\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$$
$$f'_y = - \left.\frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$$
tedy $\tau: \ z - 1 = 1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1)$, což po úpravě dává
$$\tau: \ x + y - z = 0. \tag{6}$$

Z předchozí rovnice (6) ihned určíme směrový vektor normály (viz poznámka na str. 4):

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x,y,z) \equiv \frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0,1,1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0,1,1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

$$f'_x = -\left.\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = -\frac{1}{0-1} = 1,$$

$$f'_y = -\left.\frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = -\frac{1}{0-1} = 1,$$

tedy $\tau:\ z - 1 = 1\cdot(x-0) + 1\cdot(y-1)$, což po úpravě dává

$$\tau:\ x + y - z = 0. \tag{6}$$

Z předchozí rovnice (6) ihned určíme směrový vektor normály (viz poznámka na str. 4):

$$\vec{s}_n = (1, 1, -1),$$

b) (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice $F(x,y,z) \equiv \frac{x}{z} - \ln\frac{z}{y} = 0$ a bod $P = [0,1,1]$.

Existenční podmínky: (H1) $F(0,1,1) = 0 - \ln 1 = 0$ platí;

(H2) $F'_x = \dfrac{1}{z}$, $F'_y = \dfrac{1}{y}$, $F'_z = -\dfrac{x}{z^2} - \dfrac{1}{z}$ jsou spojité v okolí bodu P;

(H3) $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$ platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

$$f'_x = -\left.\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = -\frac{1}{0-1} = 1,$$

$$f'_y = -\left.\frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}}\right|_P = -\frac{1}{0-1} = 1,$$

tedy $\tau:\ z - 1 = 1\cdot(x-0) + 1\cdot(y-1)$, což po úpravě dává

$$\tau:\ x + y - z = 0. \tag{6}$$

Z předchozí rovnice (6) ihned určíme směrový vektor normály (viz poznámka na str. 4):

$$\vec{s}_n = (1,1,-1),$$

tedy normála

$$n:\ x = t,\ y = 1+t,\ z = 1-t,\ t \in \mathbf{R}.$$

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$ a bod $P = [0, -1, 1]$.

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$ a bod $P = [0, -1, 1]$.

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$ a bod $P = [0, -1, 1]$.

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtěte parciální derivace dané funkce F.

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$ a bod $P = [0, -1, 1]$.

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtěte parciální derivace dané funkce F. [Vychází $F'_x = 3yz$, $F'_y = 3xz$ a $F'_z = 3xy - 3z^2$.]

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$ a bod $P = [0, -1, 1]$.

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtěte parciální derivace dané funkce F. [Vychází $F'_x = 3yz$, $F'_y = 3xz$ a $F'_z = 3xy - 3z^2$.]
- Užitím vzorce (1) určete $f'_x(0, -1)$, resp. $f'_y(0, -1)$.

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$ a bod $P = [0, -1, 1]$.

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtěte parciální derivace dané funkce F. [Vychází $F'_x = 3yz$, $F'_y = 3xz$ a $F'_z = 3xy - 3z^2$.]
- Užitím vzorce (1) určete $f'_x(0, -1)$, resp. $f'_y(0, -1)$. [Vychází $f'_x(0, -1) = -1$, $f'_y(0, -1) = 0$.]

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$ a bod $P = [0, -1, 1]$.

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtěte parciální derivace dané funkce F. [Vychází $F'_x = 3yz$, $F'_y = 3xz$ a $F'_z = 3xy - 3z^2$.]
- Užitím vzorce (1) určete $f'_x(0, -1)$, resp. $f'_y(0, -1)$. [Vychází $f'_x(0, -1) = -1$, $f'_y(0, -1) = 0$.]
- S použitím vzorců (2), (3) zapište obecnou rovnici tečné roviny τ, resp. normály n plochy $z = f(x, y)$ v daném bodě P.

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$ a bod $P = [0, -1, 1]$.

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtěte parciální derivace dané funkce F. [Vychází $F'_x = 3yz$, $F'_y = 3xz$ a $F'_z = 3xy - 3z^2$.]
- Užitím vzorce (1) určete $f'_x(0, -1)$, resp. $f'_y(0, -1)$. [Vychází $f'_x(0, -1) = -1$, $f'_y(0, -1) = 0$.]
- S použitím vzorců (2), (3) zapište obecnou rovnici tečné roviny τ, resp. normály n plochy $z = f(x, y)$ v daném bodě P. [Po úpravě máme $\tau:\ x + z - 1 = 0$; $n:\ x = t,\ y = -1,\ z = 1 + t,\ t \in \mathbf{R}$.]

Doporučená literatura:

[1] Dlouhý, O., Tryhuk, V.: *Diferenciální počet funkcí více reálných proměnných*, CERM, Brno 2004.

zpět/konec