

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) =$$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x =$$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) =$$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) =$$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ ,

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme



**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme  $2x - 4y = 0$ , tedy  $x =$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme  $2x - 4y = 0$ , tedy  $x = 2y$ .

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde:  $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$ ,

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme  $2x - 4y = 0$ , tedy  $x = 2y$ .

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde:  $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$ , neboli  $y(y + 2) = 0$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme  $2x - 4y = 0$ , tedy  $x = 2y$ .

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde:  $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$ , neboli  $y(y + 2) = 0$  a odtud dostaneme pro  $y_1 =$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme  $2x - 4y = 0$ , tedy  $x = 2y$ .

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde:  $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$ , neboli  $y(y + 2) = 0$  a odtud dostaneme pro  $y_1 = 0$  a  $y_2 =$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme  $2x - 4y = 0$ , tedy  $x = 2y$ .

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde:  $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$ , neboli  $y(y + 2) = 0$  a odtud dostaneme pro  $y_1 = 0$  a  $y_2 = -2$  dva stacionární body

$$S_1 = [0, 0],$$

**Příklad.** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných  $f(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2)$ .

**Řešení.** Určíme stacionární body na množině  $D(f) = \mathbb{R}^2$ :

$$f'_x(x, y) = e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot 2x = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2),$$

$$f'_y(x, y) = -e^{x-y} (x^2 - 2y^2) + e^{x-y} \cdot (-4y) = e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y).$$

Protože  $e^{x-y} > 0$  pro všechny body  $[x, y] \in \mathbb{R}^2$ , dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme  $2x - 4y = 0$ , tedy  $x = 2y$ .

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde:  $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$ , neboli  $y(y + 2) = 0$  a odtud dostaneme pro  $y_1 = 0$  a  $y_2 = -2$  dva stacionární body

$$S_1 = [0, 0], \quad S_2 = [-4, -2].$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) =$$



Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \implies \quad f''_{xy}(S_1) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \implies \quad f''_{xy}(S_1) = 0, \quad f''_{xy}(S_2) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \implies \quad f''_{xy}(S_1) = 0, \quad f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \implies f''_{xx}(S_1) = 2, f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \implies f''_{xy}(S_1) = 0, f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \implies f''_{yy}(S_1) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \implies f''_{xx}(S_1) = 2, f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \implies f''_{xy}(S_1) = 0, f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \implies f''_{yy}(S_1) = -4, f''_{yy}(S_2) =$$



Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \implies f''_{xx}(S_1) = 2, f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \implies f''_{xy}(S_1) = 0, f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \implies f''_{yy}(S_1) = -4, f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) =$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \Rightarrow \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \Rightarrow \quad f''_{xy}(S_1) = 0, \quad f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \quad \Rightarrow \quad f''_{yy}(S_1) = -4, \quad f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

$$\bullet \quad D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} =$$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \implies f''_{xx}(S_1) = 2, f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \implies f''_{xy}(S_1) = 0, f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \implies f''_{yy}(S_1) = -4, f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$ , tedy  $S_1$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \implies \quad f''_{xy}(S_1) = 0, \quad f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \quad \implies \quad f''_{yy}(S_1) = -4, \quad f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$ , tedy  $S_1$  není extrém, ale je to

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \implies \quad f''_{xy}(S_1) = 0, \quad f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \quad \implies \quad f''_{yy}(S_1) = -4, \quad f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$ , tedy  $S_1$  není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) =$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \Rightarrow \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \Rightarrow \quad f''_{xy}(S_1) = 0, \quad f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \quad \Rightarrow \quad f''_{yy}(S_1) = -4, \quad f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$ , tedy  $S_1$  není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) = \begin{vmatrix} -6e^{-2} & 8e^{-2} \\ 8e^{-2} & -12e^{-2} \end{vmatrix} =$

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \Rightarrow \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \Rightarrow \quad f''_{xy}(S_1) = 0, \quad f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \quad \Rightarrow \quad f''_{yy}(S_1) = -4, \quad f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$ , tedy  $S_1$  není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) = \begin{vmatrix} -6e^{-2} & 8e^{-2} \\ 8e^{-2} & -12e^{-2} \end{vmatrix} = 72e^{-4} - 64e^{-4} = 8e^{-4} > 0$ , navíc  $f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2}$ ,

tedy dostáváme lokální ...

Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \quad \implies \quad f''_{xx}(S_1) = 2, \quad f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \quad \implies \quad f''_{xy}(S_1) = 0, \quad f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \quad \implies \quad f''_{yy}(S_1) = -4, \quad f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$ , tedy  $S_1$  není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) = \begin{vmatrix} -6e^{-2} & 8e^{-2} \\ 8e^{-2} & -12e^{-2} \end{vmatrix} = 72e^{-4} - 64e^{-4} = 8e^{-4} > 0$ , navíc  $f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2}$ ,

tedy dostáváme lokální maximum v bodě  $S = [-4, -2]$ , přičemž  $f(S_2) =$



Dále

$$f''_{xx}(x, y) = e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (2x + 2) \implies f''_{xx}(S_1) = 2, f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2},$$

$$f''_{xy}(x, y) = -e^{x-y} (x^2 + 2x - 2y^2) + e^{x-y} (-4y) \implies f''_{xy}(S_1) = 0, f''_{xy}(S_2) = 8e^{-2},$$

$$f''_{yy}(x, y) = -e^{x-y} (-x^2 + 2y^2 - 4y) + e^{x-y} (4y - 4) \implies f''_{yy}(S_1) = -4, f''_{yy}(S_2) = -12e^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$ , tedy  $S_1$  není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) = \begin{vmatrix} -6e^{-2} & 8e^{-2} \\ 8e^{-2} & -12e^{-2} \end{vmatrix} = 72e^{-4} - 64e^{-4} = 8e^{-4} > 0$ , navíc  $f''_{xx}(S_2) = -6e^{-2}$ ,

tedy dostáváme lokální maximum v bodě  $S = [-4, -2]$ , přičemž  $f(S_2) = 8e^{-2} = \frac{8}{e^2}$ .