

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice),

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují.

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ ,

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_x(x, y) \\ f'_y(x, y) \end{array} \right. \equiv \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array}$$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\left\{ \begin{array}{lcl} f'_x(x, y) & \equiv & e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \\ \\ \end{array} \right.$$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \end{array} \right.$$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv \end{cases}$$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \end{cases}$$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

tedy  $x =$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

tedy  $x = -2$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

tedy  $x = -2$  a z první rovnice hned vyjde  $y =$

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

tedy  $x = -2$  a z první rovnice hned vyjde  $y = -3$ .

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

tedy  $x = -2$  a z první rovnice hned vyjde  $y = -3$ . Daná funkce  $f$  má tedy jediný stacionární bod  $S = [-2, -3]$ ,

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

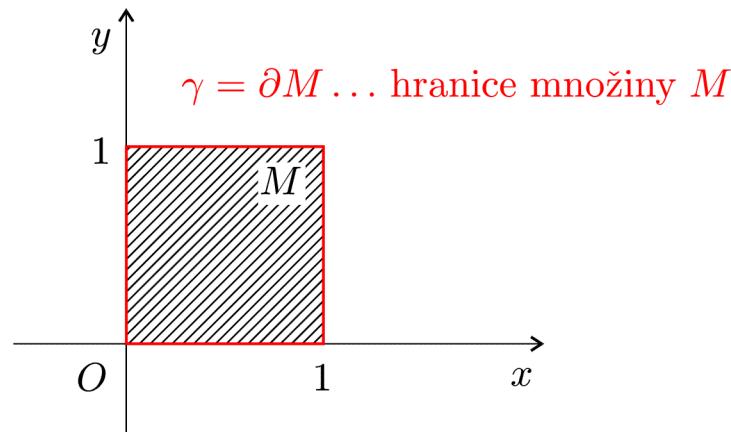
tedy  $x = -2$  a z první rovnice hned vyjde  $y = -3$ . Daná funkce  $f$  má tedy jediný stacionární bod  $S = [-2, -3]$ , avšak  $S \notin M$ .

**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

tedy  $x = -2$  a z první rovnice hned vyjde  $y = -3$ . Daná funkce  $f$  má tedy jediný stacionární bod  $S = [-2, -3]$ , avšak  $S \notin M$ .

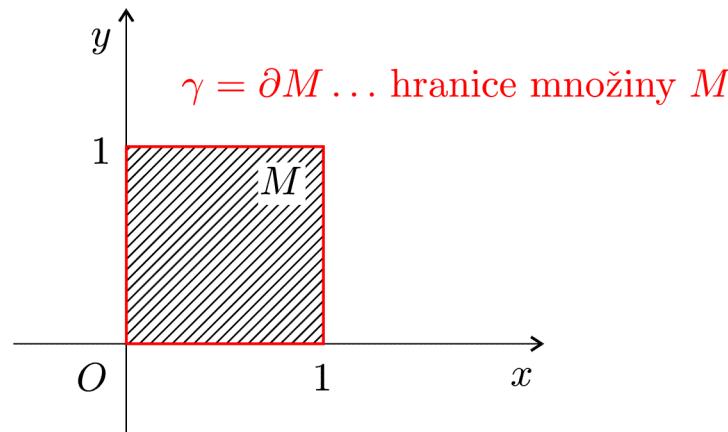


**Příklad.** Najděte absolutní extrémy funkce  $f(x, y) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y)$  na množině  $M = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Řešení.** Nejdříve určíme stacionární body funkce  $f$  na „vnitřku“ množiny  $M$  (bez její hranice), pokud existují. Stacionární body musí splňovat rovnice  $f'_x = 0$ ,  $f'_y = 0$ , tedy (podrobnější výpočet derivací [zde](#))

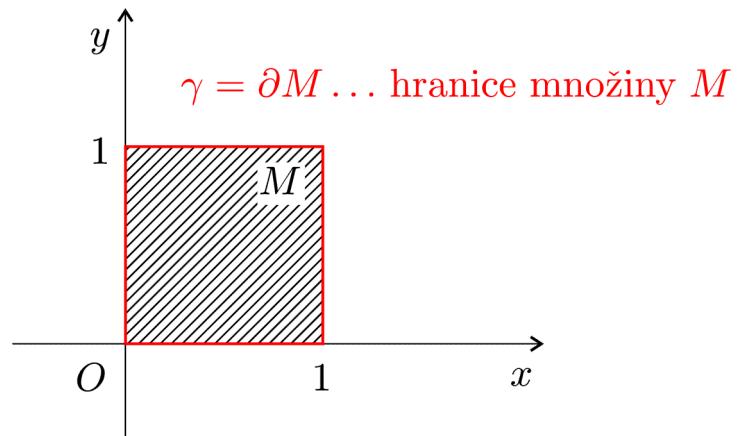
$$\begin{cases} f'_x(x, y) \equiv e^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3) = 0 \implies xy - 3x + 3y - 3 = 0; \\ f'_y(x, y) \equiv e^x \cdot (x + 2) = 0 \implies x + 2 = 0, \end{cases}$$

tedy  $x = -2$  a z první rovnice hned vyjde  $y = -3$ . Daná funkce  $f$  má tedy jediný stacionární bod  $S = [-2, -3]$ , avšak  $S \notin M$ .

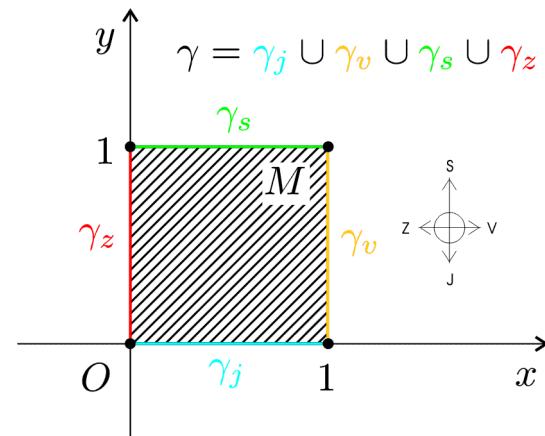
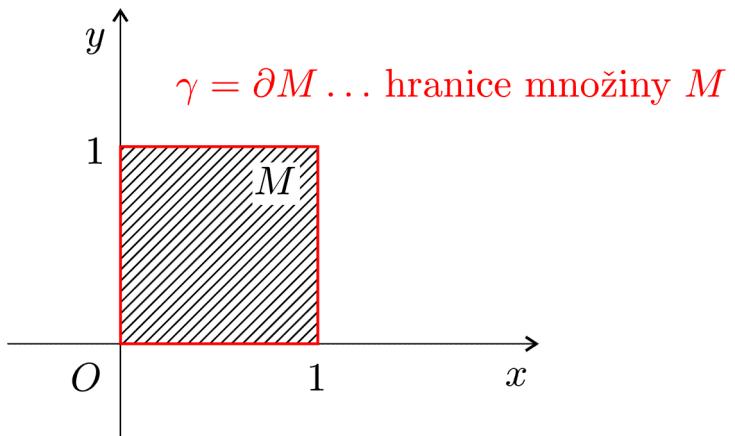


**Dílčí výsledek.** Na vnitřku množiny  $M$  neexistuje stacionární bod vyšetřované funkce  $f$ .

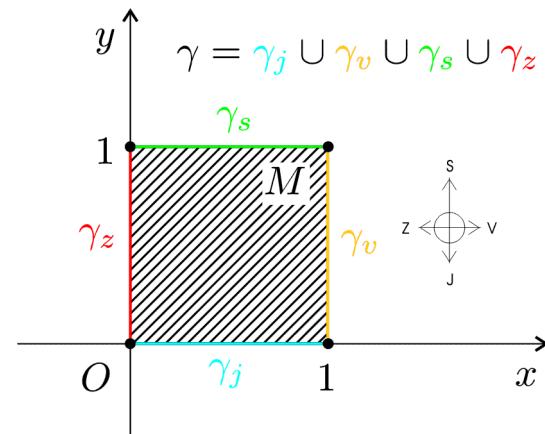
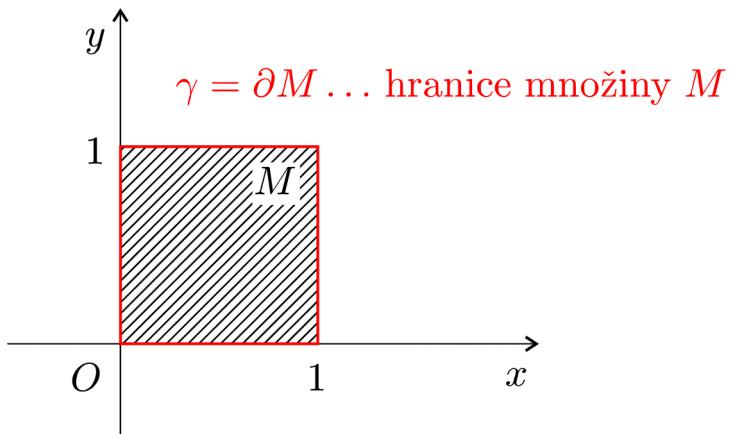
Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny  $M$ .



Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny  $M$ .

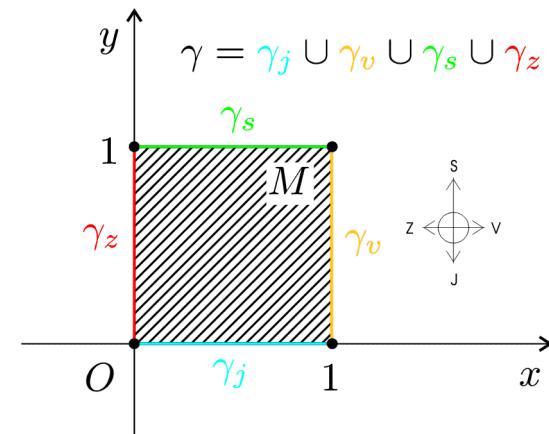
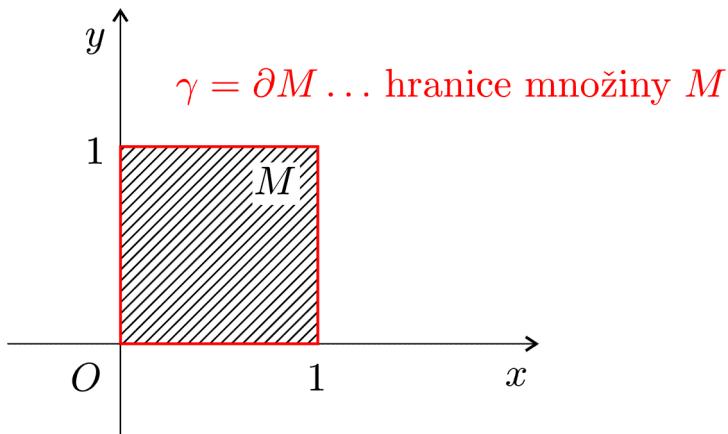


Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny  $M$ .



Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany označme  $\gamma_j$ ,  $\gamma_v$ ,  $\gamma_s$ , a  $\gamma_z$  (viz předchozí obrázek).

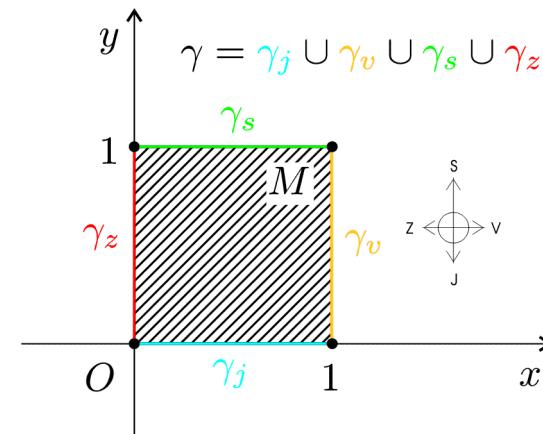
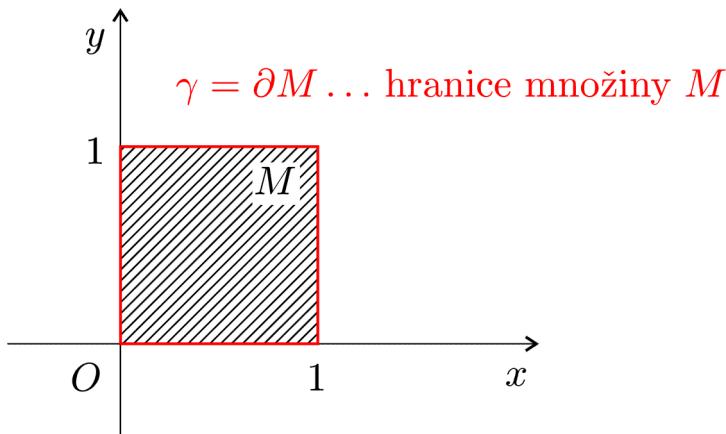
Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny  $M$ .



Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany označme  $\gamma_j$ ,  $\gamma_v$ ,  $\gamma_s$ , a  $\gamma_z$  (viz předchozí obrázek).

Trošku netradiční způsob indexování, ale všimavější čtenář v něm určitě našel jistou logiku:-) Kapička odlehčení jinak strohého matematického textu nikdy neuškodí. Neradíme však studentům, aby podobné legrácky slepě napodobovali:-))

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny  $M$ .



Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany označme  $\gamma_j$ ,  $\gamma_v$ ,  $\gamma_s$ , a  $\gamma_z$  (viz předchozí obrázek).

*Trošku netradiční způsob indexování, ale všimavější čtenář v něm určitě našel jistou logiku:-) Kapička odlehčení jinak strohého matematického textu nikdy neuškodí. Neradíme však studentům, aby podobné legrácky slepě napodobovali:-))*

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce  $M$  uvažujme jako **otevřenou úsečku** (tj. úsečku bez krajních bodů). Tyto otevřené úsečky je potom možno analytickým způsobem popsat vztahy:

$$\text{jižní strana } \gamma_j = \{[x, y]; x \in (0, 1), y = 0\};$$

$$\text{severní strana } \gamma_s = \{[x, y]; x \in (0, 1), y = 1\};$$

$$\text{východní strana } \gamma_v = \{[x, y]; x = 1, y \in (0, 1)\};$$

$$\text{západní strana } \gamma_z = \{[x, y]; x = 0, y \in (0, 1)\};$$

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ .

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ . Samostatně zdůvodněte, že potom platí

$$g_1(x) \equiv$$

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ . Samostatně zdůvodněte, že potom platí

$$g_1(x) \equiv 1,$$

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ . Samostatně zdůvodněte, že potom platí

$$g_1(x) \equiv 1, \quad g_2(x) \equiv$$

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ . Samostatně zdůvodněte, že potom platí

$$g_1(x) \equiv 1, \quad g_2(x) \equiv -1.$$

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ . Samostatně zdůvodněte, že potom platí

$$g_1(x) \equiv 1, \quad g_2(x) \equiv -1.$$

Ve smyslu předchozí poznámky označme postupně  $f_j = f|_{\gamma_j}$ ,  $f_v = f|_{\gamma_v}$ ,  $f_s = f|_{\gamma_s}$  a  $f_z = f|_{\gamma_z}$ .

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ . Samostatně zdůvodněte, že potom platí

$$g_1(x) \equiv 1, \quad g_2(x) \equiv -1.$$

Ve smyslu předchozí poznámky označme postupně  $f_j = f|_{\gamma_j}$ ,  $f_v = f|_{\gamma_v}$ ,  $f_s = f|_{\gamma_s}$  a  $f_z = f|_{\gamma_z}$ .

„Jižní“ strana:

$X = [x, y] \in \gamma_j \iff y = 0 \wedge x \in (0, 1) \implies f_j(x) = f(x, 0) = -3xe^x$ , což je funkce jedné proměnné  $x$ .

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ . Samostatně zdůvodněte, že potom platí

$$g_1(x) \equiv 1, \quad g_2(x) \equiv -1.$$

Ve smyslu předchozí poznámky označme postupně  $f_j = f|_{\gamma_j}$ ,  $f_v = f|_{\gamma_v}$ ,  $f_s = f|_{\gamma_s}$  a  $f_z = f|_{\gamma_z}$ .

„Jižní“ strana:

$X = [x, y] \in \gamma_j \iff y = 0 \wedge x \in (0, 1) \implies f_j(x) = f(x, 0) = -3xe^x$ , což je funkce jedné proměnné  $x$ .

Úloha vyšetřit extrémy funkce  $f$  vázané na otevřené úsečce  $\gamma_j$  přechází na úlohu vyšetřit extrémy funkce jedné proměnné  $f_j$  na intervalu  $(0, 1)$ . Protože je vyšetřovaná funkce diferencovatelná, můžeme body podezřelé z extrémů hledat pomocí nulových bodů derivace.

**Poznámka.** Symbolem  $f|_A$  značíme tzv. restrikci (tj. zúžení) funkce  $f$  na množinu  $A \subset D(f)$ .

Např. uvažujme funkci  $f$  danou předpisem  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  s definičním oborem  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ . Označme  $g_1 = f|_{(0;+\infty)}$  a  $g_2 = f|_{(-\infty;0)}$ . Samostatně zdůvodněte, že potom platí

$$g_1(x) \equiv 1, \quad g_2(x) \equiv -1.$$

Ve smyslu předchozí poznámky označme postupně  $f_j = f|_{\gamma_j}$ ,  $f_v = f|_{\gamma_v}$ ,  $f_s = f|_{\gamma_s}$  a  $f_z = f|_{\gamma_z}$ .

„Jižní“ strana:

$X = [x, y] \in \gamma_j \iff y = 0 \wedge x \in (0, 1) \implies f_j(x) = f(x, 0) = -3xe^x$ , což je funkce jedné proměnné  $x$ .

Úloha vyšetřit extrémy funkce  $f$  vázané na otevřené úsečce  $\gamma_j$  přechází na úlohu vyšetřit extrémy funkce jedné proměnné  $f_j$  na intervalu  $(0, 1)$ . Protože je vyšetřovaná funkce diferencovatelná, můžeme body podezřelé z extrémů hledat pomocí nulových bodů derivace.

$f'_j(x) \equiv -3e^x - 3xe^x = 0 \implies -3x - 3 = 0$ , tedy  $x = -1$ , avšak  $-1 \notin (0, 1)$ . Platí  $f'_j(x) < 0$  pro  $x \in (0, 1)$ , tj. funkce  $f_j$  je klesající na  $(0, 1)$ .

Funkce jedné proměnné  $f_j$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na úsečce  $\gamma_j$ ;

„Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1)$$

,,Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)\mathbf{e},$$

,,Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)\mathbf{e},$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

,,Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ ,

„Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému,

„Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na otevřené úsečce  $\gamma_v$ ;

„Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na otevřené úsečce  $\gamma_v$ ;

„Severní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_s \iff y = 1 \wedge x \in (0, 1)$$

„Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na otevřené úsečce  $\gamma_v$ ;

„Severní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_s \iff y = 1 \wedge x \in (0, 1) \implies f_s(x) = f(x, 1) = (-2x + 2)e^x,$$

„Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na otevřené úsečce  $\gamma_v$ ;

„Severní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_s \iff y = 1 \wedge x \in (0, 1) \implies f_s(x) = f(x, 1) = (-2x + 2)e^x,$$

což je funkce proměnné  $x$ .

,,Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na otevřené úsečce  $\gamma_v$ ;

,,Severní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_s \iff y = 1 \wedge x \in (0, 1) \implies f_s(x) = f(x, 1) = (-2x + 2)e^x,$$

což je funkce proměnné  $x$ .

Platí  $f'_s(x) \equiv -2xe^x < 0$  pro  $x \in (0, 1)$ ,

,,Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na otevřené úsečce  $\gamma_v$ ;

,,Severní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_s \iff y = 1 \wedge x \in (0, 1) \implies f_s(x) = f(x, 1) = (-2x + 2)e^x,$$

což je funkce proměnné  $x$ .

Platí  $f'_s(x) \equiv -2xe^x < 0$  pro  $x \in (0, 1)$ , tj. podobně jako u předchozí strany můžeme zdůvodnit, že na otevřené úsečce  $\gamma_s$  funkce  $f$  nemá vázaný extrém;

„Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na otevřené úsečce  $\gamma_v$ ;

„Severní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_s \iff y = 1 \wedge x \in (0, 1) \implies f_s(x) = f(x, 1) = (-2x + 2)e^x,$$

což je funkce proměnné  $x$ .

Platí  $f'_s(x) \equiv -2xe^x < 0$  pro  $x \in (0, 1)$ , tj. podobně jako u předchozí strany můžeme zdůvodnit, že na otevřené úsečce  $\gamma_s$  funkce  $f$  nemá vázaný extrém;

„Západní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_z \iff x = 0 \wedge y \in (0, 1) \implies f_z(y) = f(0, y) = 2y,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_z(y) \equiv 2 > 0$  pro  $y \in (0, 1)$ ,

„Východní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_v \iff x = 1 \wedge y \in (0, 1) \implies f_v(y) = f(1, y) = (3y - 3)e,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

Platí  $f'_v(y) \equiv 3e > 0$ , tj. funkce jedné proměnné  $f_v$  nenabývá na otevřené úsečce  $(0, 1)$  svého lokálního extrému, tedy funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na otevřené úsečce  $\gamma_v$ ;

„Severní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_s \iff y = 1 \wedge x \in (0, 1) \implies f_s(x) = f(x, 1) = (-2x + 2)e^x,$$

což je funkce proměnné  $x$ .

Platí  $f'_s(x) \equiv -2xe^x < 0$  pro  $x \in (0, 1)$ , tj. podobně jako u předchozí strany můžeme zdůvodnit, že na otevřené úsečce  $\gamma_s$  funkce  $f$  nemá vázaný extrém;

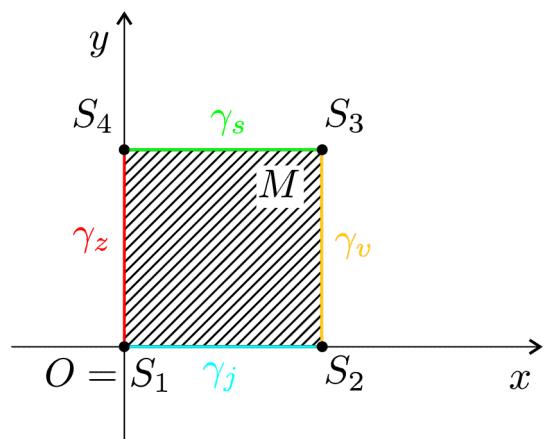
„Západní“ strana:

$$[x, y] \in \gamma_z \iff x = 0 \wedge y \in (0, 1) \implies f_z(y) = f(0, y) = 2y,$$

což je funkce jedné proměnné  $y$ .

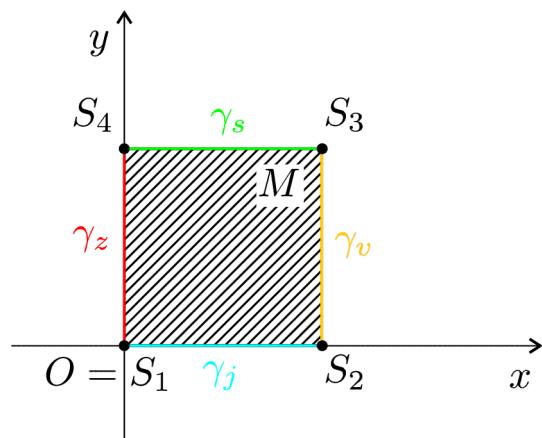
Platí  $f'_z(y) \equiv 2 > 0$  pro  $y \in (0, 1)$ , tj. na otevřené úsečce  $\gamma_z$  funkce  $f$  nemá vázaný extrém.

Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .



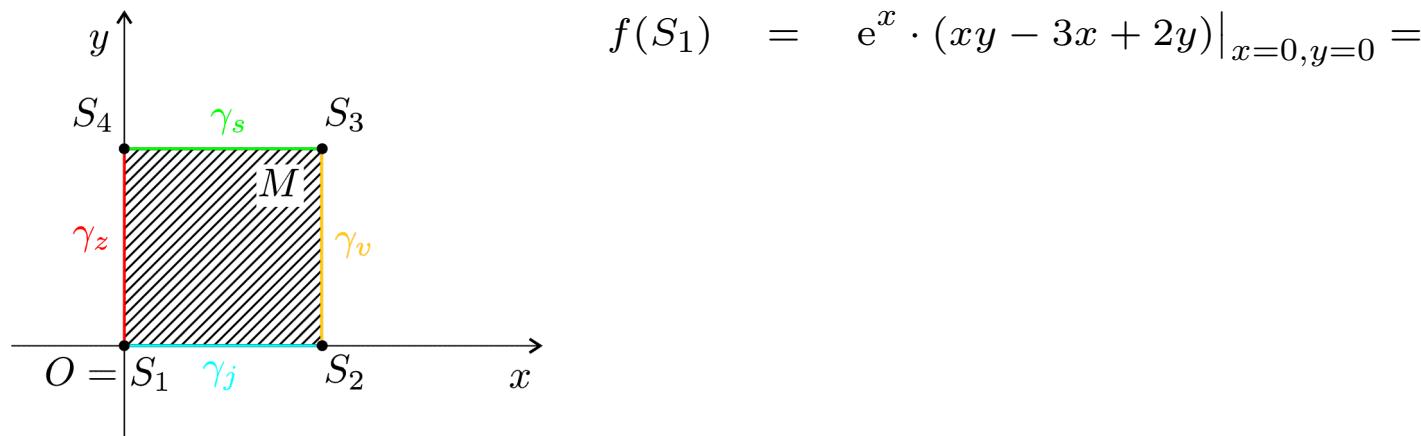
Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



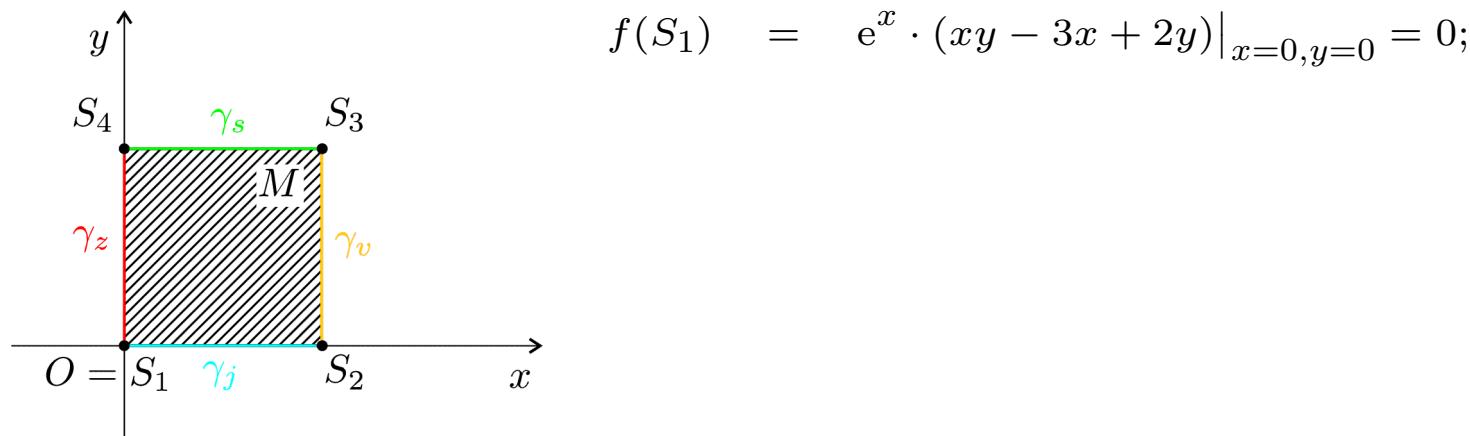
Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



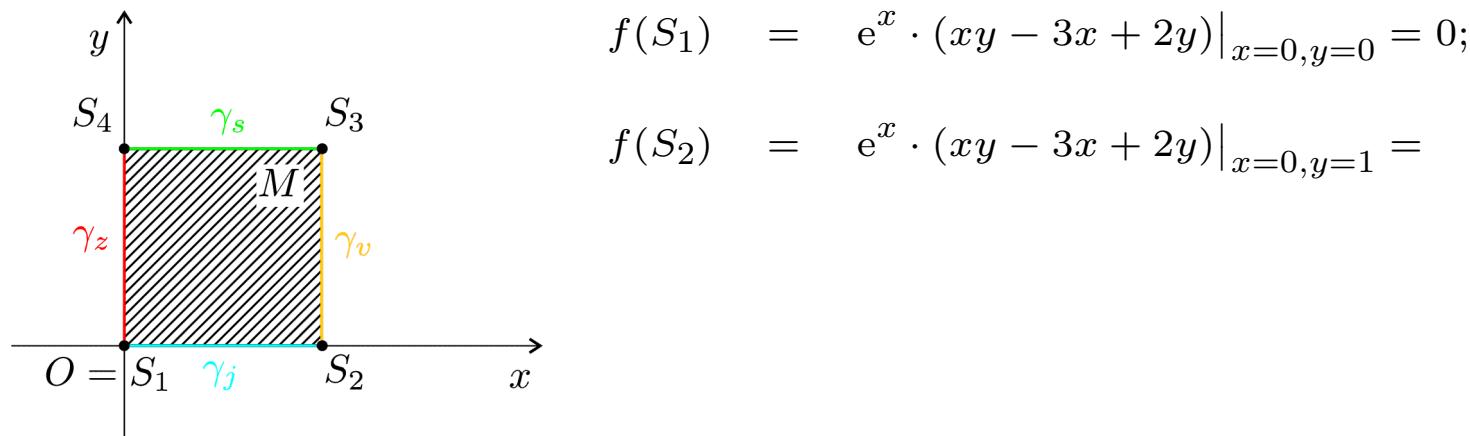
Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



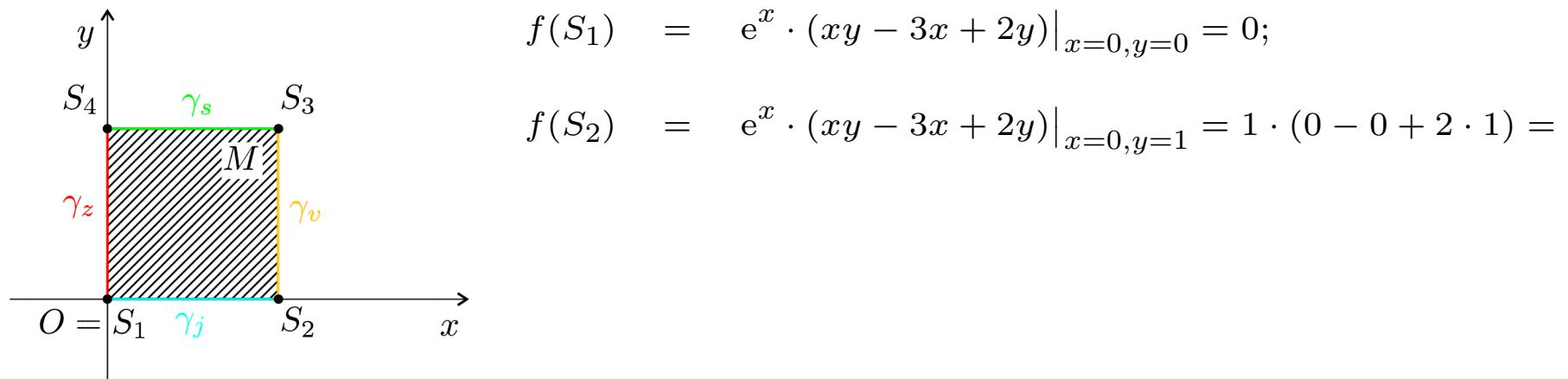
Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



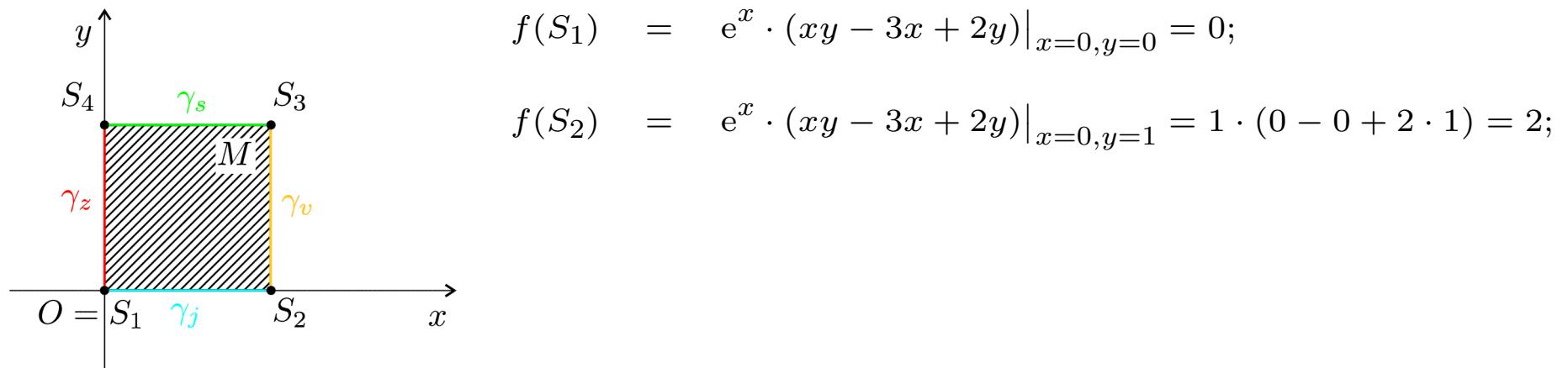
Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



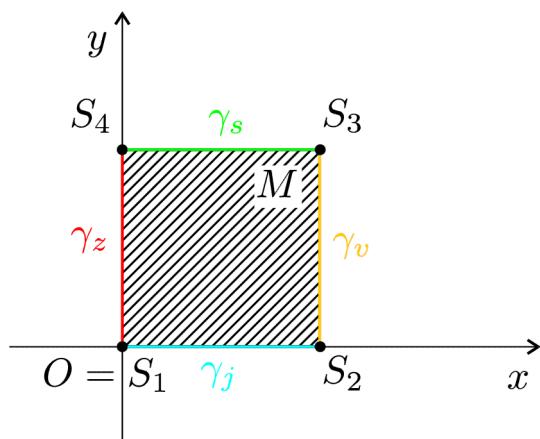
Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



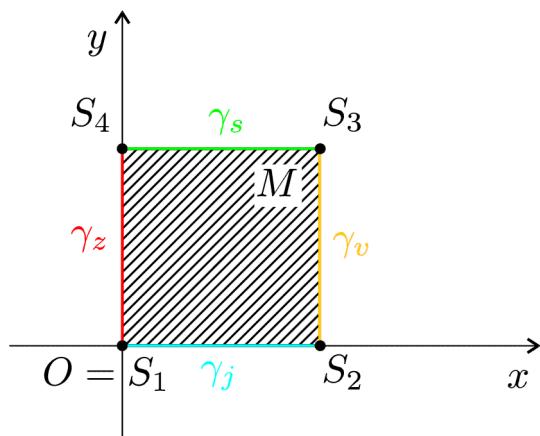
$$f(S_1) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=0} = 0;$$

$$f(S_2) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=1} = 1 \cdot (0 - 0 + 2 \cdot 1) = 2;$$

$$f(S_3) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=1} =$$

Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



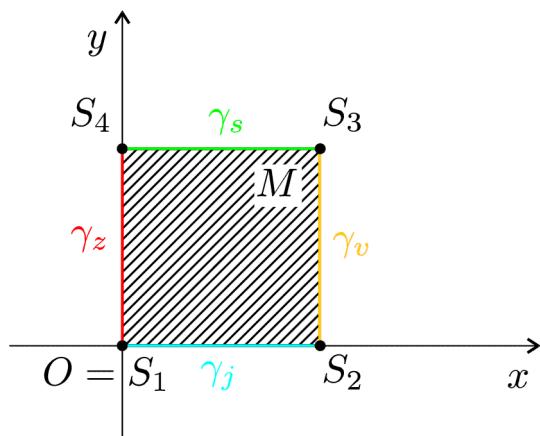
$$f(S_1) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=0} = 0;$$

$$f(S_2) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=1} = 1 \cdot (0 - 0 + 2 \cdot 1) = 2;$$

$$f(S_3) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=1} = e \cdot (1 - 3 + 2) =$$

Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



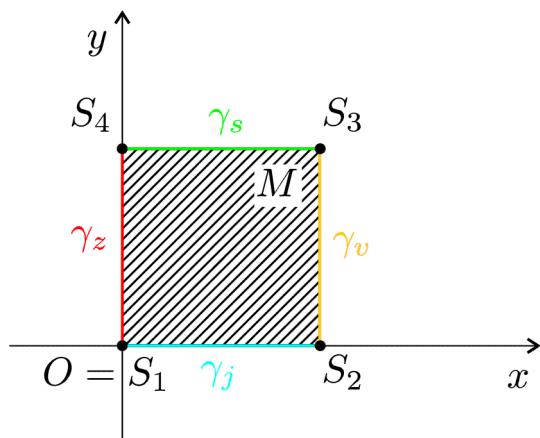
$$f(S_1) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=0} = 0;$$

$$f(S_2) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=1} = 1 \cdot (0 - 0 + 2 \cdot 1) = 2;$$

$$f(S_3) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=1} = e \cdot (1 - 3 + 2) = 0;$$

Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



$$f(S_1) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=0} = 0;$$

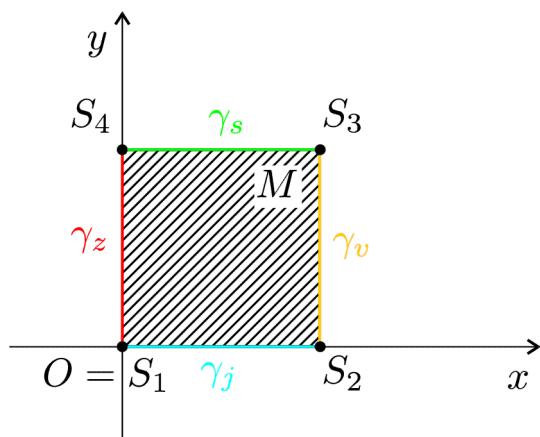
$$f(S_2) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=1} = 1 \cdot (0 - 0 + 2 \cdot 1) = 2;$$

$$f(S_3) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=1} = e \cdot (1 - 3 + 2) = 0;$$

$$f(S_4) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=0} =$$

Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



$$f(S_1) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=0} = 0;$$

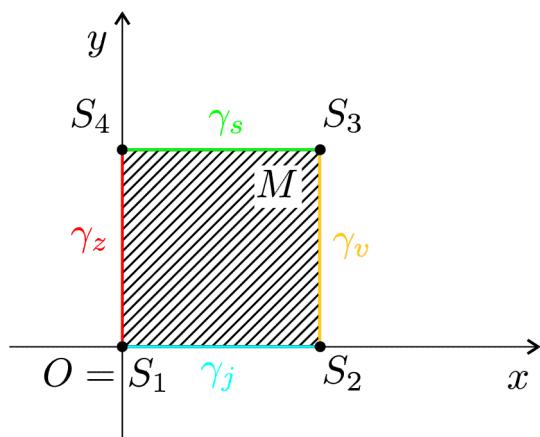
$$f(S_2) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=1} = 1 \cdot (0 - 0 + 2 \cdot 1) = 2;$$

$$f(S_3) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=1} = e \cdot (1 - 3 + 2) = 0;$$

$$f(S_4) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=0} = e \cdot (0 - 3 + 0) =$$

Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



$$f(S_1) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=0} = 0;$$

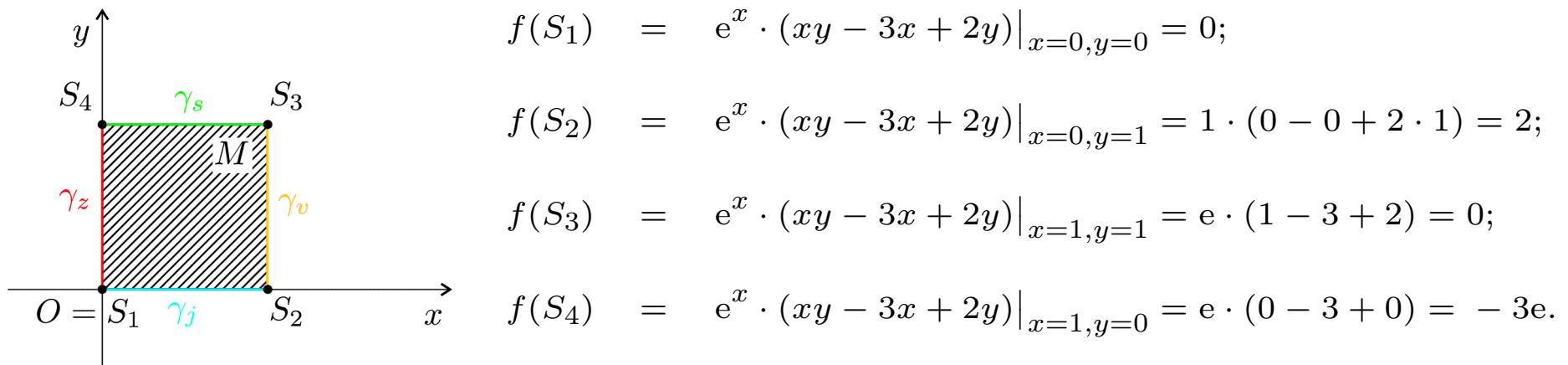
$$f(S_2) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=0, y=1} = 1 \cdot (0 - 0 + 2 \cdot 1) = 2;$$

$$f(S_3) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=1} = e \cdot (1 - 3 + 2) = 0;$$

$$f(S_4) = e^x \cdot (xy - 3x + 2y) \Big|_{x=1, y=0} = e \cdot (0 - 3 + 0) = -3e.$$

Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

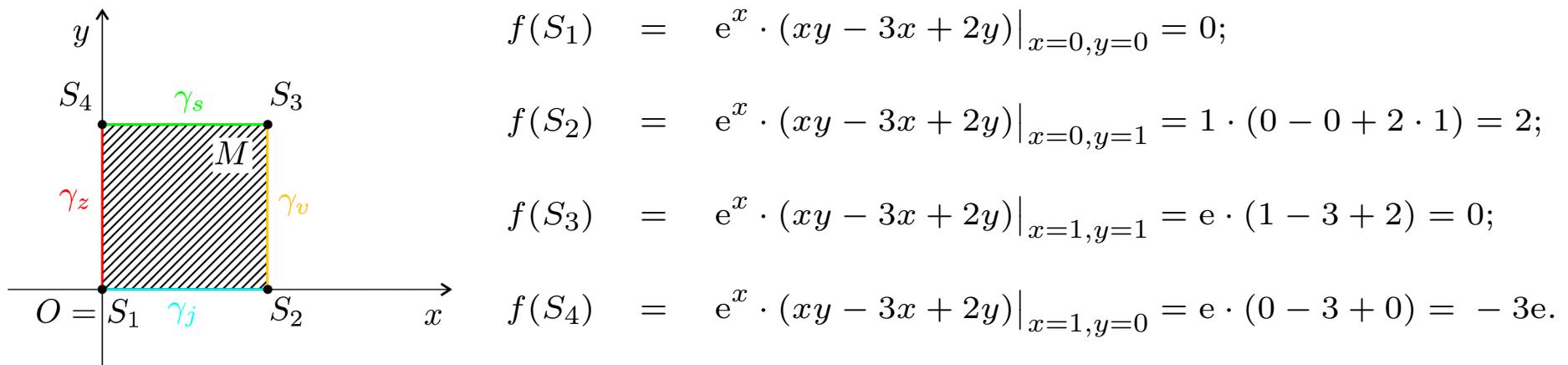
Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



Celkem tedy máme  $f(S_4) < f(S_{1,3}) < f(S_2)$ .

Z předchozích úvah, kdy jsme vyšetřovali stacionární body funkcí  $f_{index}$  (pro  $index \in \{j, v, s, z\}$ ) na intervalu  $(0, 1)$ , vyplynulo, že funkce dvou proměnných  $f$  nenabývá vázaného extrému na množině  $\gamma \setminus \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ . Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce  $M$ .

Určeme  $f(S_i)$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$ . Postupně máme:



Celkem tedy máme  $f(S_4) < f(S_{1,3}) < f(S_2)$ .

**Dílčí výsledek.** Z předchozího řetězce nerovnosti plyne, že vyšetřovaná funkce  $f$  nabývá na hranici množiny  $M$  svého vázaného maxima v bodě  $S_4$ , resp. vázaného minima v bodě  $S_2$ .

### **Shrnutí dílčích výsledků:**

Zvlášť jsme vyšetřovali stacionární body na vnitřku množiny  $M$ , zvlášť extrémy vázané na hranici  $M$  (viz strana 1, resp. str. 5):

### **Shrnutí dílčích výsledků:**

Zvlášť jsme vyšetřovali stacionární body na vnitřku množiny  $M$ , zvlášť extrémy vázané na hranici  $M$  (viz strana 1, resp. str. 5):

- Na vnitřku množiny  $M$  neexistuje stacionární bod vyšetřované funkce  $f$ ;

### **Shrnutí dílčích výsledků:**

Zvlášť jsme vyšetřovali stacionární body na vnitřku množiny  $M$ , zvlášť extrémy vázané na hranici  $M$  (viz strana 1, resp. str. 5):

- Na vnitřku množiny  $M$  neexistuje stacionární bod vyšetřované funkce  $f$ ;
- Extrémy vázané na  $\partial M$ :

$$\max\{f(x, y); [x, y] \in \partial M\} = f(0, 1) = 2, \quad \min\{f(x, y); [x, y] \in \partial M\} = f(1, 0) = -3.$$

### Shrnutí dílčích výsledků:

Zvlášť jsme vyšetřovali stacionární body na vnitřku množiny  $M$ , zvlášť extrémy vázané na hranici  $M$  (viz strana 1, resp. str. 5):

- Na vnitřku množiny  $M$  neexistuje stacionární bod vyšetřované funkce  $f$ ;
- Extrémy vázané na  $\partial M$ :

$$\max\{f(x, y); [x, y] \in \partial M\} = f(0, 1) = 2, \quad \min\{f(x, y); [x, y] \in \partial M\} = f(1, 0) = -3.$$

**Závěr:** Porovnáním předchozích dílčích výsledků dostáváme, že největší hodnota (tj. absolutní maximum) funkce  $f$  na množině  $M$  je hodnota 2 a tohoto absolutního maxima je nabýváno v bodě  $[0, 1]$ .

### Shrnutí dílčích výsledků:

Zvlášť jsme vyšetřovali stacionární body na vnitřku množiny  $M$ , zvlášť extrémy vázané na hranici  $M$  (viz strana 1, resp. str. 5):

- Na vnitřku množiny  $M$  neexistuje stacionární bod vyšetřované funkce  $f$ ;
- Extrémy vázané na  $\partial M$ :

$$\max\{f(x, y); [x, y] \in \partial M\} = f(0, 1) = 2, \quad \min\{f(x, y); [x, y] \in \partial M\} = f(1, 0) = -3e.$$

**Závěr:** Porovnáním předchozích dílčích výsledků dostáváme, že největší hodnota (tj. absolutní maximum) funkce  $f$  na množině  $M$  je hodnota 2 a tohoto absolutního maxima je nabýváno v bodě  $[0, 1]$ .

Nejmenší hodnota (tj. absolutní minimum) funkce  $f$  na množině  $M$  je  $-3e$  a tohoto minima je nabýváno v bodě  $[1, 0]$ .

### Shrnutí dílčích výsledků:

Zvlášť jsme vyšetřovali stacionární body na vnitřku množiny  $M$ , zvlášť extrémy vázané na hranici  $M$  (viz strana 1, resp. str. 5):

- Na vnitřku množiny  $M$  neexistuje stacionární bod vyšetřované funkce  $f$ ;
- Extrémy vázané na  $\partial M$ :

$$\max\{f(x, y); [x, y] \in \partial M\} = f(0, 1) = 2, \quad \min\{f(x, y); [x, y] \in \partial M\} = f(1, 0) = -3e.$$

**Závěr:** Porovnáním předchozích dílčích výsledků dostáváme, že největší hodnota (tj. absolutní maximum) funkce  $f$  na množině  $M$  je hodnota 2 a tohoto absolutního maxima je nabýváno v bodě  $[0, 1]$ .

Nejmenší hodnota (tj. absolutní minimum) funkce  $f$  na množině  $M$  je  $-3e$  a tohoto minima je nabýváno v bodě  $[1, 0]$ .

Symbolicky zapsáno

$$\max\{f(x, y); [x, y] \in M\} = f(0, 1) = 2, \quad \min\{f(x, y); [x, y] \in M\} = f(1, 0) = -3e.$$

Konec

## Podrobný výpočet parciálních derivací funkce $f$

$$f'_x(x, y) = (\mathrm{e}^x \cdot (xy - 3x + 2y))'_x \stackrel{(?)}{=} \mathrm{e}^x \cdot (xy - 3x + 2y) + \mathrm{e}^x \cdot (xy - 3x + 2y)'_x =$$

$$= \mathrm{e}^x \cdot (xy - 3x + 2y) + \mathrm{e}^x \cdot (y - 3) = \mathrm{e}^x \cdot (xy - 3x + 3y - 3);$$

$$f'_y(x, y) = (\mathrm{e}^x \cdot (xy - 3x + 2y))'_y \stackrel{(?)}{=} \mathrm{e}^x \cdot (xy - 3x + 2y)'_y = \mathrm{e}^x \cdot (x + 2).$$

zpět