Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$,

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\ \mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\ \mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) \quad =$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) \quad = \quad \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y =$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y =$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x =$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) =$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x \left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\ \mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\ \mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) \quad = \quad \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\ \mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\ \mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

V prvním kroku předchozího výpočtu jsme použili vzorec *pro mocninu se součtem v exponentu*:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad \text{pro } x, y, a \in \mathbb{R},\ a > 0.$$

Dále máme

$$I \quad =$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) \quad = \quad \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

V prvním kroku předchozího výpočtu jsme použili vzorec *pro mocninu se součtem v exponentu*:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad \text{pro } x, y, a \in \mathbb{R},\ a > 0.$$

Dále máme

$$I \quad = \quad \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_0^1 =$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

V prvním kroku předchozího výpočtu jsme použili vzorec *pro mocninu se součtem v exponentu*:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad \text{pro } x, y, a \in \mathbb{R},\ a > 0.$$

Dále máme

$$I = \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_0^1 = \int_0^2 \mathrm{e}^u\,\frac{\mathrm{d}u}{2} - \left(\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^0\right) =$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

V prvním kroku předchozího výpočtu jsme použili vzorec *pro mocninu se součtem v exponentu*:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad \text{pro } x, y, a \in \mathbb{R},\ a > 0.$$

Dále máme

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_0^1 = \int_0^2 \mathrm{e}^u\,\frac{\mathrm{d}u}{2} - \left(\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^0\right) = \frac{1}{2}\Big[\mathrm{e}^u\Big]_0^2 - (\mathrm{e} - 1) = \\ &= \end{aligned}$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

V prvním kroku předchozího výpočtu jsme použili vzorec *pro mocninu se součtem v exponentu*:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad \text{pro } x, y, a \in \mathbb{R},\ a > 0.$$

Dále máme

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_0^1 = \int_0^2 \mathrm{e}^u\,\frac{\mathrm{d}u}{2} - \left(\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^0\right) = \frac{1}{2}\Big[\mathrm{e}^u\Big]_0^2 - (\mathrm{e} - 1) = \\ &= \frac{\mathrm{e}^2 - \mathrm{e}^0}{2} - \mathrm{e} + 1 = \end{aligned}$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

V prvním kroku předchozího výpočtu jsme použili vzorec *pro mocninu se součtem v exponentu*:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad \text{pro } x, y, a \in \mathbb{R},\ a > 0.$$

Dále máme

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_0^1 = \int_0^2 \mathrm{e}^u\,\frac{\mathrm{d}u}{2} - \left(\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^0\right) = \frac{1}{2}\Big[\mathrm{e}^u\Big]_0^2 - (\mathrm{e} - 1) = \\ &= \frac{\mathrm{e}^2 - \mathrm{e}^0}{2} - \mathrm{e} + 1 = \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \mathrm{e} + \frac{1}{2} = \end{aligned}$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

V prvním kroku předchozího výpočtu jsme použili vzorec *pro mocninu se součtem v exponentu*:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad \text{pro } x, y, a \in \mathbb{R},\ a > 0.$$

Dále máme

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_0^1 = \int_0^2 \mathrm{e}^u\,\frac{\mathrm{d}u}{2} - \left(\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^0\right) = \frac{1}{2}\Big[\mathrm{e}^u\Big]_0^2 - (\mathrm{e} - 1) = \\ &= \frac{\mathrm{e}^2 - \mathrm{e}^0}{2} - \mathrm{e} + 1 = \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \mathrm{e} + \frac{1}{2} = \frac{\mathrm{e}^2 - 2\mathrm{e} + 1}{2} = \end{aligned}$$

Příklad. Určete hodnotu dvojnásobného integrálu $I = \int_0^1 F(x)\,\mathrm{d}x$, kde

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y.$$

Řešení. Proměnné x, y jsou nezávislé, tj. integrujeme-li podle y, s x, e^x pracujeme jako s konstantami.

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \int_0^x \mathrm{e}^y\,\mathrm{d}y = \mathrm{e}^x \Big[\mathrm{e}^y\Big]_0^x = \mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x;$$

V prvním kroku předchozího výpočtu jsme použili vzorec *pro mocninu se součtem v exponentu*:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad \text{pro } x, y, a \in \mathbb{R},\ a > 0.$$

Dále máme

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_0^1 = \int_0^2 \mathrm{e}^u\,\frac{\mathrm{d}u}{2} - \left(\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^0\right) = \frac{1}{2}\Big[\mathrm{e}^u\Big]_0^2 - (\mathrm{e} - 1) = \\ &= \frac{\mathrm{e}^2 - \mathrm{e}^0}{2} - \mathrm{e} + 1 = \frac{\mathrm{e}^2}{2} - \mathrm{e} + \frac{1}{2} = \frac{\mathrm{e}^2 - 2\mathrm{e} + 1}{2} = \underline{\underline{\frac{(\mathrm{e}-1)^2}{2}}}. \end{aligned}$$