Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \, \mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \displaystyle\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \mathrm{d}t$.

Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \, \mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \mathrm{d}t$. Potom platí

$$F(r) =$$

Příklad. Integrujte
$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1\right)\,\mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1\right)\,\mathrm{d}t$. Potom platí

$$F(r) = 2r^2 \int_{r-1}^{r+1} t\,\mathrm{d}t + \int_{r-1}^{r+1} \mathrm{d}t$$

Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \,\mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \displaystyle\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \mathrm{d}t$. Potom platí

$$\begin{aligned} F(r) &= 2r^2 \int_{r-1}^{r+1} t \,\mathrm{d}t + \int_{r-1}^{r+1} \mathrm{d}t = 2r^2 \left[\frac{t^2}{2} \right]_{r-1}^{r+1} + \Big[t \Big]_{r-1}^{r+1} = \\ &= \end{aligned}$$

Příklad. Integrujte
$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \, \mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \mathrm{d}t$. Potom platí

$$\begin{aligned} F(r) &= 2r^2 \int_{r-1}^{r+1} t \, \mathrm{d}t + \int_{r-1}^{r+1} \mathrm{d}t = 2r^2 \left[\frac{t^2}{2} \right]_{r-1}^{r+1} + \left[t \right]_{r-1}^{r+1} = \\ &= r^2 \left[(r+1)^2 - (r-1)^2 \right] + (r+1) - (r-1) = \\ &= \end{aligned}$$

Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \,\mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \displaystyle\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \mathrm{d}t$. Potom platí

$$\begin{aligned}
F(r) &= 2r^2 \int_{r-1}^{r+1} t \,\mathrm{d}t + \int_{r-1}^{r+1} \mathrm{d}t = 2r^2 \left[\frac{t^2}{2} \right]_{r-1}^{r+1} + \Big[t \Big]_{r-1}^{r+1} = \\
&= r^2 \left[(r+1)^2 - (r-1)^2 \right] + (r+1) - (r-1) = \\
&= r^2 \left(r^2 + 2r + 1 - r^2 + 2r - 1 \right) + r + 1 - r + 1 =
\end{aligned}$$

Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1\right) \,\mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \displaystyle\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1\right) \mathrm{d}t$. Potom platí

$$\begin{aligned} F(r) &= 2r^2 \int_{r-1}^{r+1} t \,\mathrm{d}t + \int_{r-1}^{r+1} \mathrm{d}t = 2r^2 \left[\frac{t^2}{2}\right]_{r-1}^{r+1} + \Big[t\Big]_{r-1}^{r+1} = \\ &= r^2 \left[(r+1)^2 - (r-1)^2\right] + (r+1) - (r-1) = \\ &= r^2 \left(r^2 + 2r + 1 - r^2 + 2r - 1\right) + r + 1 - r + 1 = 4r^3 + 2. \end{aligned}$$

Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1\right) \,\mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1\right) \mathrm{d}t$. Potom platí

$$\begin{aligned}
F(r) &= 2r^2 \int_{r-1}^{r+1} t \,\mathrm{d}t + \int_{r-1}^{r+1} \mathrm{d}t = 2r^2 \left[\frac{t^2}{2} \right]_{r-1}^{r+1} + \Big[t \Big]_{r-1}^{r+1} = \\
&= r^2 \left[(r+1)^2 - (r-1)^2 \right] + (r+1) - (r-1) = \\
&= r^2 \left(r^2 + 2r + 1 - r^2 + 2r - 1 \right) + r + 1 - r + 1 = 4r^3 + 2.
\end{aligned}$$

S použitím předchozího výpočtu dostáváme

$$I = \int_{-1}^{1} \left(4r^3 + 2\right) \mathrm{d}r =$$

Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1\right) \mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \displaystyle\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1\right) \mathrm{d}t$. Potom platí

$$\begin{aligned}
F(r) &= 2r^2 \int_{r-1}^{r+1} t \,\mathrm{d}t + \int_{r-1}^{r+1} \mathrm{d}t = 2r^2 \left[\frac{t^2}{2}\right]_{r-1}^{r+1} + \Big[t\Big]_{r-1}^{r+1} = \\
&= r^2 \left[(r+1)^2 - (r-1)^2\right] + (r+1) - (r-1) = \\
&= r^2 \left(r^2 + 2r + 1 - r^2 + 2r - 1\right) + r + 1 - r + 1 = 4r^3 + 2.
\end{aligned}$$

S použitím předchozího výpočtu dostáváme

$$I = \int_{-1}^{1} \left(4r^3 + 2\right) \mathrm{d}r = \left[r^4 + 2r\right]_{-1}^{1} =$$

Příklad. Integrujte

$$I = \int_{-1}^{1} \left[\int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \, \mathrm{d}t \right] \mathrm{d}r.$$

Řešení. Označme vnitřní integrál $F(r) := \int_{r-1}^{r+1} \left(2r^2 t + 1 \right) \mathrm{d}t$. Potom platí

$$\begin{aligned} F(r) &= 2r^2 \int_{r-1}^{r+1} t \, \mathrm{d}t + \int_{r-1}^{r+1} \mathrm{d}t = 2r^2 \left[\frac{t^2}{2} \right]_{r-1}^{r+1} + \Big[t \Big]_{r-1}^{r+1} = \\ &= r^2 \left[(r+1)^2 - (r-1)^2 \right] + (r+1) - (r-1) = \\ &= r^2 \left(r^2 + 2r + 1 - r^2 + 2r - 1 \right) + r + 1 - r + 1 = 4r^3 + 2. \end{aligned}$$

S použitím předchozího výpočtu dostáváme

$$I = \int_{-1}^{1} \left(4r^3 + 2 \right) \mathrm{d}r = \Big[r^4 + 2r \Big]_{-1}^{1} = (1+2) - (1-2) = \underline{\underline{4}}.$$