VYSOKÁ ŠKOLA KARLA ENGLIŠE, a.s.

Matematika 1 — sbírka příkladů

RNDr. Rudolf **SCHWARZ**, CSc.

Brno 2012

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1. Poznámka

Výsledky jednotlivých příkladů mají tuto barvu.

2. Poznámka

Pokud je v hranatých závorkách uvedeno písmeno, označuje, ze které publikace byl dotyčný příklad převzat:

H Hořejšová, M. *Řešené příklady z matematiky pro VŠE* Praha 1984, druhé upravené vydání, SNTL/ALFA, 256 s.

R Rychnovský, R. *Úvod do vyšší matematiky* Praha 1968, třetí, rozšířené vydání, SZN, 518 s.

T Tomica, R. *Cvičení z matematiky I.* [Skripta S–2254/I] Brno 1974, čtvrté vydání, VAAZ, 287 s.

Například [T 349a/192] označuje, že se jedná o zadání a) ze cvičení 349 na straně 192 výše uvedených skript (Tomica, 1974).

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obsah

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA KARLA ENGLIŠE, a.s.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1. Determinanty

1.1. Determinanty 2. řádu

Určete hodnotu následujících determinantů:

Příklad 1.1.1. $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -2$

Příklad 1.1.2. $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 6$

Příklad 1.1.3. $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 5$

Příklad 1.1.4. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -7$

Příklad 1.1.5. $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 1$

Příklad 1.1.6. [T 349a/192] $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 2$

Příklad 1.1.7. [T 349b/192] $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 11 & -27 \end{vmatrix} = 1$

Příklad 1.1.8. [T 349c/192] $\begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} = a^2 - b^2$

Příklad 1.1.9. [T 349d/192] $\begin{vmatrix} a-b & a-c \\ a+c & a+b \end{vmatrix} = c^2 - b^2$

Příklad 1.1.10. [T 349e/192] $\begin{vmatrix} 3 & 3+2x \\ 1 & x-2 \end{vmatrix} = x - 9$

Příklad 1.1.11. [T 349f/192] $\begin{vmatrix} \sqrt{a} & -1 \\ a & \sqrt{a} \end{vmatrix} = 2a, \quad \text{pro } a > 0$

Příklad 1.1.12. [T 349f/192] $\begin{vmatrix} \sqrt[3]{a} & \sqrt[3]{b^2} \\ \sqrt[3]{b} & \sqrt[3]{a^2} \end{vmatrix} = a - b$

Vypočtěte neznámou x z následujících rovnic:

Příklad 1.1.13. $\begin{vmatrix} x & 2x-1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -2 \qquad x = 1$

Příklad 1.1.14. $\begin{vmatrix} x-2 & 3 \\ 4 & -x \end{vmatrix} = -20 \qquad x_1 = 4; x_2 = -2$

Příklad 1.1.15. [T 351a/192] $\begin{vmatrix} x-1 & -3 \\ 2-x & 5 \end{vmatrix} = 3 \qquad x = 1$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 1.1.16. [T 351b/192] $\begin{vmatrix} x-a & b \\ x-b & a \end{vmatrix} = 0;\ a \neq b$ $x = a + b$

Příklad 1.1.17. [T 351c/192] $\begin{vmatrix} x-a & b \\ a & x-b \end{vmatrix} = 0$ $x_1 = 0; x_2 = a + b$

Příklad 1.1.18. [T 351d/192] $\begin{vmatrix} 7x-6 & 6x-7 \\ x-1 & 1-x \end{vmatrix} = 0$ $x_{1;2} = 1$

Příklad 1.1.19. [T 351e/192] $\begin{vmatrix} \sqrt{6x+1} & \sqrt{x+1} \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \sqrt{2x-15}$ $x_1 = 8$

Příklad 1.1.20. [T 351f/192] $\begin{vmatrix} 2^{3x-4} & 8^{-x} \\ 16 & 4^{5-x} \end{vmatrix} = 0$ $x_1 = -\frac{1}{2}$

1.2. Determinanty 3. řádu

Určete hodnotu (Sarrusovým pravidlem, rozvojem dle libovolné řady, úpravou determinantu na schodovitý tvar) **následujících determinantů:**

Příklad 1.2.1.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 8 & 1 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 108$$

Příklad 1.2.2.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 6 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 27$$

Příklad 1.2.3.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 18$$

Příklad 1.2.4. [H 6,3.b/76] $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = -4$

Příklad 1.2.5. [H 6,3.c/76] $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -7$

Příklad 1.2.6. [H 6,10.a/79] $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 18$

Příklad 1.2.7. [H 6,10.ax/79] $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$

Příklad 1.2.8. [H 6,10.ay/79] $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 4 & -1 & 5 \end{vmatrix} = -27$

Příklad 1.2.9. [H 6,10.az/79] $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -9$

Příklad 1.2.10. [R 3/400] $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ -3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -17$

Příklad 1.2.11. [R 1a/406] $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 40$

Příklad 1.2.12. [R 1b/406] $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -8$

Příklad 1.2.13. [T 137/193] $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -1 & 5 & 3 \\ 2 & -4 & -3 \end{vmatrix} = -39$

Příklad 1.2.14. [T 354a/194] $\begin{vmatrix} 2 & 6 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & -3 \end{vmatrix} = 33$

Příklad 1.2.15. [T 354b/194] $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0$

Příklad 1.2.16. [T 354c/194] $\begin{vmatrix} 0 & -a & -b \\ a & 0 & -c \\ b & c & 0 \end{vmatrix} = 0$

Příklad 1.2.17. [T 354d/194] $\begin{vmatrix} a & 1 & a \\ -1 & a & 1 \\ a & -1 & a \end{vmatrix} = 4a$

Příklad 1.2.18. [T 354e/194] $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} = -2x$

Příklad 1.2.19. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & 1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} = 2x$

Příklad 1.2.20. [T 138/194] $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 5 & 10 & -10 \\ -3 & -6 & 0 \end{vmatrix} = -240$

Příklad 1.2.21. [T 358a/195] $\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix} = 72$

Příklad 1.2.22. [T 358b/195] $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix} = -2a^3$

Příklad 1.2.23. [T 358c/195] $\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

Příklad 1.2.24. [T 3/195] $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -11$

Příklad 1.2.25. [T 359a/196] $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & -4 \end{vmatrix} = 0$

Příklad 1.2.26. [T 359b/196] $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ x & x^2 & x^3 \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$

Příklad 1.2.27. [T 7/196] $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -112$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 1.2.28. [T 7a/197] $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & -3 \\ -17 & -8 & 1 \end{vmatrix} = 196$

Příklad 1.2.29. [T 140/197] $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 39$

Příklad 1.2.30. [T 73-9/198] $\begin{vmatrix} n & n+1 & n-1 \\ n+1 & n-1 & n \\ n-1 & n & n+1 \end{vmatrix} = -9n$

Řešte následující rovnice:

Příklad 1.2.31. $\begin{vmatrix} x^2 & 4 \\ x & 2 \end{vmatrix} = 0$ $\quad x_1 = 0; \quad x_2 = 2$

Příklad 1.2.32. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} = -2x$ $\quad x$ libovolné $\Longrightarrow$ nekonečně mnoho řešení

Příklad 1.2.33. [T 355b/194] $\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ $\quad x_1 = 2; \quad x_2 = 3$

Příklad 1.2.34. [T 355c/194] $\begin{vmatrix} x^2 & 3 & 2 \\ x & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$ $\quad x_1 = 0; \quad x_2 = -2$

Příklad 1.2.35. [H 6,4.b/77] $\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ a^3 & a^4 & a^6 \\ 1 & a & 1 \end{vmatrix} = 0$ $\quad x = 0$

Příklad 1.2.36. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & x^3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -1$ $\quad x_1 = 1; \quad x_{2;3}$ jsou komplexně sdružené

Příklad 1.2.37. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & x^3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -1$ $\quad x_1 = -1; \quad x_{2;3}$ jsou komplexně sdružené

Příklad 1.2.38. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & x^2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 4$ $\quad x_1 = 2; \quad x_2 = -2$

Příklad 1.2.39. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & x^2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 4$ $\quad x_{1;2}$ jsou komplexně sdružené

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1.3. Determinanty vyšších řádů

Určete hodnotu (rozvojem, úpravou na schodovitý tvar) **následujících determinantů:**

Příklad 1.3.1.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 8 & 1 & 1 \\ -4 & -3 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 40$$

Příklad 1.3.2. [H 6,3.c/76]

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -7$$

Příklad 1.3.3. [R 4/402] $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2$

Příklad 1.3.4. [R 5/403] $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 48$

Příklad 1.3.5. [R 7/406] $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -5 & 1 \\ 3 & 1 & -4 & 6 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} = 162$

Příklad 1.3.6. [R 7(1)/406]
$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & -5 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & 6 \\ 6 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} = -324$$

Příklad 1.3.7. [R 7(2)/406]
$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -5 & 1 \\ 3 & -2 & -4 & 6 \\ -1 & 6 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} = 324$$

Příklad 1.3.8. [R 7(3)/406]
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 6 \\ -1 & 2 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 162$$

Příklad 1.3.9. [R 7(4)/406] $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -5 & -2 \\ 3 & 1 & -4 & -2 \\ -1 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 162$

Příklad 1.3.10. [R 1e/406] $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix} = -10$

Příklad 1.3.11. [T 142/199] $\begin{vmatrix} 7 & -2 & 0 & 5 \\ -2 & 6 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -972$

Příklad 1.3.12. [R 1f/406]
$$\begin{vmatrix} 35 & 59 & 71 & 52 \\ 42 & 70 & 77 & 54 \\ 43 & 68 & 72 & 52 \\ 29 & 49 & 65 & 50 \end{vmatrix} = 10$$

Příklad 1.3.13. [T 362a/200]
$$\begin{vmatrix} 5 & -10 & 11 & 0 \\ -10 & -11 & 12 & 4 \\ 11 & 12 & -11 & 2 \\ 0 & 4 & 2 & -6 \end{vmatrix} = 8100$$

Příklad 1.3.14. [T 362b/200]
$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & -7 & 2 & 8 \\ -3 & -5 & 4 & 2 \end{vmatrix} = -40$$

Příklad 1.3.15. [T 362c/200] $$\begin{vmatrix} 2 & 9 & 9 & 4 \\ 2 & -3 & 12 & 8 \\ 4 & 8 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & 6 & 4 \end{vmatrix} = 147$$

Příklad 1.3.16. [T 362d/200] $$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & -3 & -8 \\ -1 & 1 & 0 & -13 \\ 2 & 3 & 5 & 15 \end{vmatrix} = 24$$

Příklad 1.3.17. [R 2/407] $$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 8a + 15b + 12c - 19d$$

Příklad 1.3.18.
$$\begin{vmatrix} 6 & 28 & 33 & 8 & 25 \\ 10 & 40 & 54 & 13 & 32 \\ 3 & 13 & 17 & 4 & 11 \\ 12 & 48 & 65 & 16 & 43 \\ 8 & 37 & 46 & 11 & 39 \end{vmatrix} = -40$$

Příklad 1.3.19. [R 6/404]
$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 112$$

Příklad 1.3.20. [T 363a/200]
$$\begin{vmatrix} -2 & 5 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 7 & -2 \\ 2 & 6 & -1 & 3 & 2 \\ 7 & 4 & -4 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 895$$

Příklad 1.3.21. [T 363b/200] $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 16$

Příklad 1.3.22. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -30$

Příklad 1.3.23. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -9$

2. Matice

2.1. Typy matic

Určete, zda následující čtvercové matice jsou regulární nebo singulární:

Příklad 2.1.1. [H 5,9.a/68] $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ regulární

Příklad 2.1.2. [H 5,9.b/68] $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ regulární

Příklad 2.1.3. [H 5,9.c/68] $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 0 \\ 10 & 9 & 20 \end{bmatrix}$ singulární

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 2.1.4. [H 5,9.d/68] $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$ pro $\lambda = 5$ singulární pro $\lambda \neq 5$ regulární

Určete, inverzní matici k následujícím maticím:

Příklad 2.1.5. [H 5,11.a/69] $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.6. [H 5,11.b/69] $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.7. $C = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.8. [R 3c/413] $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix}$ $B^{-1} = \begin{bmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.9. [H 5,11.d/69] $D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$ $\lambda \neq 5$ $D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda-8}{\lambda-5} & \frac{4-\lambda}{\lambda-5} & \frac{1}{\lambda-5} \\ \frac{6}{\lambda-5} & \frac{\lambda-3}{\lambda-5} & \frac{\lambda-2}{\lambda-5} \\ -\frac{3}{\lambda-5} & -\frac{1}{\lambda-5} & \frac{1}{\lambda-5} \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.10. $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ $C^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ 31 & -19 & 3 & -4 \\ -23 & 14 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.11. [R 8/410] $F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 1 \\ 3 & 1 & -4 & 6 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ $F^{-1} = \frac{1}{162} \begin{bmatrix} 7 & 36 & -47 & 44 \\ -1 & 18 & 53 & 40 \\ -37 & 18 & 17 & 22 \\ -28 & 18 & 26 & -14 \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.12. [R 3d)/413] $G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ $G^{-1} = \frac{1}{4}G$

Příklad 2.1.13. $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 9 \end{bmatrix}$ $H^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -5 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.14. $K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 9 & 7 \\ 3 & 8 & 8 \end{bmatrix}$ $K^{-1} = \begin{bmatrix} -16 & 8 & -5 \\ 11 & -5 & 3 \\ -5 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

Příklad 2.1.15. $L = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 7 \end{bmatrix}$ $L^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 7 & -10 \\ -2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

2.2. Operace s maticemi

Příklad 2.2.1. Jsou dány matice $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $2A - B = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 2 \\ -4 & -3 & 6 \end{bmatrix}$ a $-\frac{1}{2}A + 3B = \begin{bmatrix} -13 & \frac{11}{2} & 16 \\ 1 & 9 & 15 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.2. [R 6/408] Jsou dány matice $A = \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $A \cdot B = \begin{bmatrix} -3 & 27 \\ 39 & 25 \end{bmatrix}$ a $B \cdot A = \begin{bmatrix} -14 & 48 \\ 13 & 36 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.3. Jsou dány matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $A \cdot B = \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ 27 & 19 \end{bmatrix}$ a $B \cdot A = \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ 27 & 19 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.4. Jsou dány matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $A \cdot B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ a $A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.5. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $A^3 = A \cdot A \cdot A = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.6. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$. Vypočtěte $A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 13 & -16 \\ -16 & 20 \end{bmatrix}$

a $A^T \cdot A = \begin{bmatrix} 25 & 14 \\ 14 & 8 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.7. Jsou dány matice $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $C \cdot D = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.8. Jsou dány matice $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $A \cdot B = \begin{bmatrix} -10 & 5 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$ a $B \cdot A = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -6 \\ 4 & 1 & -4 & 9 \\ -10 & -4 & 4 & -6 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.9. Jsou dány matice $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $C \cdot D$ $= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.10. Jsou dány matice $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $B \cdot C - C \cdot B$ $= \begin{bmatrix} -10 & -4 & -7 \\ 6 & 14 & 4 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.11. [R 2e/413] Jsou dány matice $G = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -2 & 3 \\ 6 & 4 & -3 & 5 \\ 9 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 6 & -4 & 7 \end{bmatrix}$, $F = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & 11 \\ 16 & 24 & 8 & -8 \\ 8 & 16 & 0 & -16 \end{bmatrix}$.

Vypočtěte $G \cdot F$ $= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.12. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = -3.A^{-1} \cdot A^T + 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -11 & 8 \\ 26 & 23 \end{bmatrix}$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 2.2.13. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = -3.A^{-1} \cdot A^T + 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 23 & 26 \\ 8 & -11 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.14. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = -3.A^{-1} \cdot A^T + 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -17 & -2 \\ 16 & 29 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.15. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = -3.A^{-1} \cdot A^T + 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 29 & 16 \\ -2 & -17 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.16. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = -5.A^{-1} \cdot A^T + 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 21 & 16 \\ 16 & 5 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.17. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = -5.A^{-1} \cdot A^T + 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 5 & 16 \\ 16 & 21 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.18. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 3.A^{-1} \cdot A^T - 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 53 & 0 \\ -48 & -67 \end{bmatrix}$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 2.2.19. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 3.A^{-1} \cdot A^T - 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -67 & -48 \\ 0 & 53 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.20. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 5.A^{-1} \cdot A^T - 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -38 & -29 \\ -59 & -25 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.21. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 5.A^{-1} \cdot A^T - 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -25 & -59 \\ -29 & -38 \end{bmatrix}$

VYSOKÁ ŠKOLA KARLA ENGLIŠE, a.s.

Příklad 2.2.22. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 5.A^{-1} \cdot A^T - 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -73 & -31 \\ -1 & 10 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.23. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 5.A^{-1} \cdot A^T - 2.A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ -31 & -73 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.24. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 2.A^{-1} \cdot A^T - A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 76 & 1 \\ -59 & -63 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.25. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 2.A^{-1} \cdot A^T - A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -63 & -59 \\ 1 & 76 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.26. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 2.A^{-1} \cdot A^T - A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 81 & 19 \\ -41 & -68 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.27. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 2.A^{-1} \cdot A^T - A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -68 & -41 \\ 19 & 81 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.28. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 3.A^{-1} \cdot A^T - A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -74 & -24 \\ 24 & 22 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.29. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 3.A^{-1} \cdot A^T - A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} 22 & 24 \\ -24 & -74 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.30. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 3.A^{-1} \cdot A^T - A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -26 & -72 \\ -24 & -26 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.31. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 3.A^{-1} \cdot A^T - A^T \cdot A$? $V = \begin{bmatrix} -26 & -24 \\ -72 & -26 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.32. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 7 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = 2.A \cdot (A^T - A^{-1})$? $V = \begin{bmatrix} 26 & 78 & 74 \\ 78 & 232 & 218 \\ 74 & 218 & 202 \end{bmatrix}$

Příklad 2.2.33. Je dána matice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 9 & 7 \\ 3 & 8 & 8 \end{bmatrix}$.

Určete matici $V = A^T \cdot A^{-1} - 3.E$? (E je jednotková matice) $V = \begin{bmatrix} 10 & -6 & 4 \\ 27 & -16 & 9 \\ 21 & -11 & 5 \end{bmatrix}$

2.3. Maticové rovnice

Příklad 2.3.1. [H 5,1./63] Určete čísla x, y, z, t, u, v tak, aby platilo

$$\begin{bmatrix} x & y+z & t \\ x & x-u & 1 \\ 2 & v & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 & 0 & z \\ 1 & 0 & v \\ u+v & x+z & z+t \end{bmatrix}$$

$x = 1$ $\quad y = 0$ $\quad z = 0$ $\quad t = 0$ $\quad u = 1$ $\quad v = 1$

Příklad 2.3.2. [H 5,2./64] Řešte maticovou rovnici:

$$4 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - 3 \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{11}{3} \\ -\frac{2}{3} & 2 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.3. [R 4a/413] Řešte maticovou rovnici:

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.4. [R 4b/413] Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Rovnice nemá řešení (neznámá matice neexistuje)!

Příklad 2.3.5. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.6. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37 & -17 \\ -50 & 23 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.7. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & -9 \\ -22 & -15 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.8. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.9. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 47 & -37 \\ -16 & 13 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.10. Řešte maticovou rovnici:
$$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -117 & -80 \\ -50 & -34 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.11. Řešte maticovou rovnici:
$$\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -75 & -49 \\ -32 & -21 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.12. Řešte maticovou rovnici:
$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -77 & 54 \\ 33 & -23 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.13. Řešte maticovou rovnici: $$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -56 & 128 \\ 21 & -48 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.14. Řešte maticovou rovnici: $$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.15. Řešte maticovou rovnici: $$\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.16. Řešte maticovou rovnici:

$$\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -17 \\ -4 & 17 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.17. Řešte maticovou rovnici:

$$\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -59 & 107 \\ 16 & -29 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.18. Řešte maticovou rovnici:

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -19 & 8 \\ 60 & -25 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.19. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -106 & 33 \\ -183 & 57 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.20. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 7 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -54 & -19 \\ -101 & -35 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.21. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 40 \\ 48 & -129 \end{bmatrix}$$

Příklad 2.3.22. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 54 \\ -4 & 17 \end{bmatrix}$

Příklad 2.3.23. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39 & 13 \\ 136 & 45 \end{bmatrix}$

Příklad 2.3.24. Řešte maticovou rovnici: $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 7 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} u & w \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$

2.4. Hodnost matic

Určete hodnost následujících matic:

Příklad 2.4.1. [T 1/201] $h\begin{bmatrix} 0 & 2 & -8 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} = 1$

Příklad 2.4.2. [T 2/201] $h\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.3. [H 2,5./32] $h\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.4. [H 2,5.b/32] $h\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 12 \end{bmatrix} = 2$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 2.4.5. [T 3/201] $h\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & -2 & -3 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.6. [T a/202] $h\begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = 1$

Příklad 2.4.7. [T a/202] $h\begin{bmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix} = 1$

Příklad 2.4.8. [T a/202] $h\begin{bmatrix} 3 & 9 & -2 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.9. [T b/202] $h\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.10. [T b/202] $h\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.11. [T c/202] $h\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.12. [T c/202] $h\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 3 \\ 4 & -1 & 1 & 11 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.13. [H 2,1.a/28] $h\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \end{bmatrix} = 4$

Příklad 2.4.14. [H 2,1.b/30] $h\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.15. $h\begin{bmatrix} 3 & 3 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -7 \\ 5 & 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.16. $h\begin{bmatrix} 3 & 1 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -7 \\ 5 & 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.17. $h\begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -7 \\ 5 & 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.18. $h\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -7 \\ 5 & 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.19. $h\begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -7 \\ 5 & 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.20. $h\begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & -5 & 6 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.21. $h\begin{bmatrix} 3 & 3 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 4 \\ -1 & 3 & -2 & 7 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.22. $$h\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 2$$

Příklad 2.4.23. $$h\begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 2 \\ -1 & -2 & 2 & 5 \end{bmatrix} = 2$$

Příklad 2.4.24. $$h\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & -2 & 6 & -1 \end{bmatrix} = 2$$

Příklad 2.4.25. $$h\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 & 8 \\ 14 & 7 & 21 & 28 \\ 6 & 3 & 9 & 12 \end{bmatrix} = 1$$

Příklad 2.4.26.

$$h\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} = 3$$

Příklad 2.4.27.

$$h\begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 3$$

Příklad 2.4.28.

$$h\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 3$$

Příklad 2.4.29.

$$h\begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} = 3$$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 2.4.30. $$h\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & -6 \\ 5 & 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} = 2$$

Příklad 2.4.31. $$h\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & -6 \\ 5 & 4 & 7 & -2 \end{bmatrix} = 3$$

Příklad 2.4.32. $$h\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 9 & 4 \end{bmatrix} = 2$$

Příklad 2.4.33. $$h\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & -6 \\ 5 & 4 & 7 & -2 \end{bmatrix} = 3$$

Příklad 2.4.34. $h\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 4 & 7 & -2 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.35. [T 144b/203] $h\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 8 & 1 \\ 1 & 3 & -9 & 7 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.36. [T 144c/203] $h\begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & -6 & -2 & -8 \end{bmatrix} = 1$

Příklad 2.4.37. [T 144d/203] $h\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -6 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = 2$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 2.4.38.

$$h\begin{bmatrix} 2 & -3 & 16 & 1 \\ 1 & 6 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} = 2$$

Příklad 2.4.39.

$$h\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 13 & 6 \end{bmatrix} = 2$$

Příklad 2.4.40.

$$h\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 6 & 9 & 7 & 12 \\ -2 & -5 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 8 & 4 & 20 \end{bmatrix} = 3$$

Příklad 2.4.41. $h\begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & 11 & 1 & 6 \\ 12 & 5 & 3 & 1 & 4 \\ 15 & 25 & 10 & 5 & 30 \end{bmatrix} = 4$

Příklad 2.4.42. $h\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & -1 & 1 & 5 \\ 6 & -3 & -1 & -1 & 9 \\ 2 & -1 & 2 & -12 & 10 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.43. [T 365a/204] $h\begin{bmatrix} 3 & -2 & -3 & 6 \\ -6 & 4 & 6 & -12 \\ 1 & \frac{2}{3} & 1 & 2 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.44. [T 365b/204] $h \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.45. [T 365c/204] $h \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.46. [T 365c/204] $h \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.47. [T 365c/204] $h\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} = 2$

Příklad 2.4.48. [T 365d/204] $h\begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 2 \\ 7 & -3 & -5 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 4$

Příklad 2.4.49. [T 365e/204] $h\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & -8 & -5 & -12 \\ 3 & -7 & 8 & 9 & 13 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.50. [T 365f/204] $h \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 10 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 4$

Příklad 2.4.51. [H 2,2./204] $h \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & \lambda \end{bmatrix} = 3$ pro $\lambda \neq 5$; $h = 2$ pro $\lambda = 5$

Příklad 2.4.52. $h \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & 2 & 17 \\ 4 & 2 & 3 & -9 \end{bmatrix} = 3$

Příklad 2.4.53. $h \begin{bmatrix} -12 & 2 & 22 & 3 & 1 & -4 \\ 10 & 3 & 13 & 1 & 2 & 17 \\ -32 & 4 & 33 & 2 & 3 & -9 \end{bmatrix} = 3$

3. Systémy lineárních algebraických rovnic

3.1. Soustavy s jediným řešením

Soustavy lineárních algebraických rovnic v celé kapitole 3.1 si zkuste vyřešit:

1. Gaussovou metodou postupných eliminací (GEM – Gaussova eliminační metoda);
2. Jordanovou metodou (modifikace GEM);
3. Cramerovým pravidlem;
4. Pomocí inverzní matice.

Příklad 3.1.1.

$$\begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 4x + 5y &= 6 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x &= -1 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Příklad 3.1.2.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 8z & = & -3 \end{array} \qquad \begin{aligned} x &= -7 \\ y &= 6 \\ z &= 1 \end{aligned}$$

Příklad 3.1.3.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 6z & = & -3 \\ 2x & + & y & + & z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 8z & = & -3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 1 \\ y & = & -16 \\ z & = & 7 \end{array}$$

Příklad 3.1.4.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 4x & + & 3y & + & 6z & = & -1 \\ 2x & + & y & + & z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 8z & = & -3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 5 \\ y & = & -27 \\ z & = & 10 \end{array}$$

Příklad 3.1.5.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 4z & = & 4 \\ 3x & + & y & + & 9z & = & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 3 \\ y & = & -6 \\ z & = & 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.6.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & 4z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 4z & = & 4 \\ 3x & + & y & + & 9z & = & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & -7 \\ y & = & 6 \\ z & = & 3 \end{array}$$

VYSOKÁ ŠKOLA KARLA ENGLIŠE, a.s.

Příklad 3.1.7.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 8z & = & -3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = -7 \\ y = 6 \\ z = 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.8.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 8z & = & -3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = -7 \\ y = 10 \\ z = -1 \end{array}$$

Příklad 3.1.9.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 4x & + & 3y & + & 5z & = & 3 \\ 2x & + & 4y & + & 4z & = & 0 \\ 6x & + & 7y & + & 8z & = & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{array}$$

Příklad 3.1.10.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 4x & + & 3y & + & 5z & = & 7 \\ 2x & + & 4y & + & 2z & = & 0 \\ 6x & + & 7y & + & 8z & = & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = 7 \\ y = -2 \\ z = -3 \end{array}$$

Příklad 3.1.11.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 4x & + & 3y & + & 5z & = & 10 \\ 2x & + & 4y & + & 2z & = & 2 \\ 6x & + & 7y & + & 6z & = & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = -12 \\ y = 1 \\ z = 11 \end{array}$$

Příklad 3.1.12.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 4x & + & 3y & + & 5z & = & 10 \\ 2x & + & 4y & + & 2z & = & 2 \\ 6x & + & 7y & + & 6z & = & 11 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.13.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & 6 \\ 3x & + & y & + & 11z & = & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.14.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & 11 \\ 3x & + & y & + & 11z & = & 24 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{array}$$

Příklad 3.1.15.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & 11 \\ 3x & + & y & + & 3z & = & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 1 \\ y & = & -1 \\ z & = & 2 \end{array}$$

Příklad 3.1.16.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & z & = & 9 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & -3 \\ 3x & + & y & + & 3z & = & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 3 \\ y & = & 1 \\ z & = & -2 \end{array}$$

Příklad 3.1.17.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 4z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & -6 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & -2 \\ y & = & 7 \\ z & = & -3 \end{array}$$

Příklad 3.1.18.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 3x & + & 3y & + & 4z & = & 4 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 3 \\ y & = & 1 \\ z & = & -2 \end{array}$$

Příklad 3.1.19.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 4z & = & -3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & -4 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & -1 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 2 \\ y & = & 1 \\ z & = & -3 \end{array}$$

Příklad 3.1.20.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 4z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 7z & = & -1 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & -2 \\ y & = & 3 \\ z & = & 0 \end{array}$$

Příklad 3.1.21.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 4z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & 7z & = & -10 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 1 \\ y & = & 2 \\ z & = & -2 \end{array}$$

Příklad 3.1.22.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 1z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 8z & = & -3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & -7 \\ y & = & 6 \\ z & = & 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.23.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 4z & = & 4 \\ 3x & + & y & + & 9z & = & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 3 \\ y & = & -6 \\ z & = & 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.24.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 8z & = & -3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & -7 \\ y & = & 6 \\ z & = & 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.25.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 8z & = & -3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & -7 \\ y & = & 10 \\ z & = & -1 \end{array}$$

Příklad 3.1.26.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 4x & + & 3y & + & 5z & = & 2 \\ 2x & + & 4y & + & 4z & = & 1 \\ 6x & + & 7y & + & 8z & = & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} x & = & 1{,}3 \\ y & = & 0{,}6 \\ z & = & -1 \end{array}$$

Příklad 3.1.27.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & 6 \\ 3x & + & y & + & 11z & = & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.28.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 4z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & -6 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = -2 \\ y = 7 \\ z = -3 \end{array}$$

Příklad 3.1.29.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 4z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 7z & = & -6 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = -1 \end{array}$$

Příklad 3.1.30. [R 1/378]

$$\begin{array}{rcrcrcr} & & & & 2x_3 & = & 0 \\ -3x_1 & & & + & 3x_3 & = & 0 \\ x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 0 \\ & & x_2 & & & = & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array}$$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 3.1.31.

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 5x_2 & - & 3x_3 & + & 3x_4 & = & 0 \\ x_1 & & & + & 2x_3 & - & 2x_4 & = & 9 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & + & 9x_4 & = & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 3 \\ x_4 = -1 \end{array}$$

Příklad 3.1.32. [R 7/390]

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & 5x_3 & + & x_4 & = & -2 \\ 3x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & + & 6x_4 & = & -2 \\ -x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 6 \\ & & x_2 & + & 3x_3 & - & 4x_4 & = & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 1 \end{array}$$

Příklad 3.1.33. [R 9(1)/393]

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 5 \\ x_1 & + & x_2 & + & 5x_3 & = & -7 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 2 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & - & 3x_3 & = & 14 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = -2 \end{array}$$

Příklad 3.1.34. [R 9(2)/393]

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ x_1 & + & x_2 & + & 5x_3 & = & -1 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 7 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & - & 3x_3 & = & 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} x_1 & = & 4 \\ x_2 & = & 0 \\ x_3 & = & -1 \end{array}$$

Příklad 3.1.35. [R 3d/395]

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 8x_1 & + & 6x_2 & + & 5x_3 & + & 2x_4 & = & 21 \\ 3x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 10 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 8 \\ 3x_1 & + & 5x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 15 \\ 7x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & + & 2x_4 & = & 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} x_1 & = & 3 \\ x_2 & = & 0 \\ x_3 & = & -5 \\ x_4 & = & 11 \end{array}$$

Příklad 3.1.36.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & - & z & = & 22 \\ 3x & - & y & + & 2z & = & 13 \\ 4x & + & 2y & - & 3z & = & 33 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} x & = & 6 \\ y & = & 3 \\ z & = & -1 \end{array}$$

3.2. Soustavy, které nemají právě jedno řešení

Řešte následující soustavy lineárních algebraických rovnic:

Příklad 3.2.1.

$$\begin{aligned} 2x + y - 3z &= 4 \\ -4x + 3y + 6z &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 3p + 2 \\ y &= 3 \\ z &= 2p + 1 \end{aligned}$$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru p $(p \in \Re)$

Příklad 3.2.2.

$$\begin{aligned} x - 2y - 5z &= 2 \\ 2x + 3y - z &= -1 \\ -8x - 19y - 5z &= 7 \end{aligned}$$

Soustava nemá řešení

Příklad 3.2.3.

$$\begin{aligned} 3x + 3y + 6z &= 3 \\ 2x + y + z &= -7 \\ 3x + 4y + 9z &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= q - 8 \\ y &= 9 - 3q \\ z &= q \end{aligned}$$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru q $(q \in \Re)$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 3.2.4.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x &+& 3y &+& 6z &=& 3 \\ 2x &+& y &+& z &=& -7 \\ 5x &+& 4y &+& 7z &=& -3 \end{array}$$

Soustava nemá řešení

Příklad 3.2.5.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x &+& 2y &+& 6z &=& 3 \\ 2x &+& y &+& 5z &=& 5 \\ 3x &+& y &+& 9z &=& 12 \end{array}$$

$x = 7 - 4r$
$y = 3r - 9$
$z = r$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru r $(r \in \Re)$

Příklad 3.2.6.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x &+& 2y &+& 6z &=& 3 \\ 2x &+& y &+& 5z &=& 4 \\ 3x &+& y &+& 9z &=& 12 \end{array}$$

Soustava nemá řešení

Příklad 3.2.7.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x &+& 3y &+& 6z &=& 3 \\ 2x &+& y &+& z &=& -6 \\ 5x &+& 4y &+& 7z &=& -3 \end{array}$$

$x = s - 7$
$y = 8 - 3s$
$z = s$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru s $(s \in \Re)$

Příklad 3.2.8.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 6z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & z & = & -7 \\ 5x & + & 4y & + & 7z & = & -3 \end{array}$$

Soustava nemá řešení

Příklad 3.2.9.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 4x & + & 3y & + & 5z & = & 2 \\ 2x & + & 4y & + & 4z & = & 1 \\ 6x & + & 7y & + & 9z & = & 3 \end{array}$$

$x = \frac{1}{2} - 8t$

$y = -6t$

$z = 10t$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru t $(t \in \Re)$

Příklad 3.2.10.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 4x & + & 3y & + & 5z & = & 2 \\ 2x & + & 4y & + & 4z & = & 1 \\ 6x & + & 7y & + & 9z & = & 4 \end{array}$$

Soustava nemá řešení

Příklad 3.2.11.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & 5 \\ 3x & + & y & + & 14z & = & 12 \end{array}$$

$x = 7 - 9u$

$y = 13u - 9$

$z = u$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru u $(u \in \Re)$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 3.2.12.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & 5 \\ 3x & + & y & + & 14z & = & 9 \end{array}$$

Soustava nemá řešení

Příklad 3.2.13.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 4z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & z & = & -6 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & -3 \end{array}$$

$x = v - 7$
$y = 8 - 5v$
$z = 3v$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru v $(v \in \Re)$

Příklad 3.2.14.

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 3y & + & 4z & = & 3 \\ 2x & + & y & + & z & = & -6 \\ 5x & + & 4y & + & 5z & = & 3 \end{array}$$

Soustava nemá řešení

Příklad 3.2.15. [H 3,4.a/32(35)]

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & - & z & = & 1 \\ x & + & 2y & + & z & = & 0 \\ 5x & - & 2y & - & 3z & = & 4 \end{array}$$

$x = 1 + w$
$y = -1 - 2w$
$z = 3w + 1$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru w $(w \in \Re)$

Příklad 3.2.16. [H 3,5./33(38)] Udejte podmínku pro číslo λ, aby soustava

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & - & 2y & + & z & = & 1 \\ x & - & y & + & 3z & = & 0 \\ x & - & 4y & - & 3z & = & \lambda \end{array}$$

byla řešitelná. $\lambda = 3$

Příklad 3.2.17. [H 3,6./33(39)] Udejte podmínku pro čísla α, β, aby soustava

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & + & z & = & 1 \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 0 \\ 4x & - & y & + & \alpha z & = & \alpha+\beta \end{array}$$

měla nekonečně mnoho řešení. $\alpha = 6$; $\beta = -3$

Řešte následující soustavy lineárních algebraických rovnic:

Příklad 3.2.18. [H 3,11./33(42)]

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & - & y & + & z & = & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} x & = & -\gamma \\ y & = & 0 \\ z & = & \gamma \end{array}$$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru γ $(\gamma \in \Re)$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 3.2.19. [R 8/390]

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & = & 7 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & - & 3x_5 & = & -2 \\ & & x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & + & 6x_5 & = & 23 \\ 5x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & + & 3x_4 & - & x_5 & = & 12 \end{array}$$

$x_1 = -16 + p + q + 5r$
$x_2 = 23 - 2p - 2q - 6r$
$x_3 = p$
$x_4 = q$
$x_5 = r$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametrech p; q; r (p; q; $r \in \Re$)

Příklad 3.2.20. [R 9(2)/393]

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 5x_3 & = & 3 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 4 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & - & 3x_3 & = & 5 \end{array}$$

Soustava nemá řešení

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 3.2.21. [R 3a/395]

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x_1 & - & 3x_2 & + & 5x_3 & + & 7x_4 & = & 1 \\ 4x_1 & - & 6x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 2 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & - & 11x_3 & - & 15x_4 & = & 1 \end{array}$$

$x_1 = a$
$x_2 = b$
$x_3 = 22a - 33b - 11$
$x_4 = -16a + 24b + 8$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametrech a; b (a; $b \in \Re$)

Příklad 3.2.22. [R 3b/395]

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 3x_1 & - & 5x_2 & + & 2x_3 & + & 4x_4 & = & 2 \\ 7x_1 & - & 4x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & = & 5 \\ 5x_1 & + & 7x_2 & - & 4x_3 & - & 6x_4 & = & 3 \end{array}$$

Soustava nemá řešení.

Příklad 3.2.23. [T 147/207]

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & - & 4x_4 & = & 4 \\ & & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & -3 \\ x_1 & + & 3x_2 & & & - & 3x_4 & = & 1 \\ & - & 7x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & -3 \end{array}$$

$x_1 = -8$
$x_2 = 3 + c$
$x_3 = 6 + 2c$
$x_4 = c$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametru c ($c \in \Re$)

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA KARLA ENGLIŠE, a.s.

Příklad 3.2.24. [T 148/208]

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 8x_1 & + & 6x_2 & - & x_3 & - & 3x_4 & = & -9 \\ x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 11x_4 & = & -28 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & - & 5x_4 & = & -13 \\ & & 2x_2 & - & 3x_3 & + & 17x_4 & = & -43 \end{array}$$

$x_1 = 15 - d + 6e$
$x_2 = \frac{1}{2} \cdot (3d - 17e - 43)$
$x_3 = d$
$x_4 = e$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametrech d, e ($d;\ e \in \Re$)

Příklad 3.2.25. [R 3c/395]

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & + & 3x_5 & = & 2 \\ 6x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & + & 4x_4 & + & 5x_5 & = & 3 \\ 6x_1 & - & 3x_2 & + & 4x_3 & + & 8x_4 & + & 13x_5 & = & 9 \\ 4x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & - & 2x_5 & = & 1 \end{array}$$

$x_1 = \alpha$
$x_2 = \beta$
$x_3 = -1 - 8\alpha + 4\beta$
$x_4 = 0$
$x_5 = 1 + 2\alpha - \beta$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametrech α; β ($\alpha;\ \beta \in \Re$)

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 3.2.26. [R 3e/395]

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrcl} x_1 & & & - & x_3 & & & + & x_5 & & & = & 0 \\ & & x_2 & & & - & x_4 & & & + & x_6 & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & & & & & + & x_5 & - & x_6 & = & 0 \\ & & x_2 & - & x_3 & & & & & + & x_6 & = & 0 \\ x_1 & & & & & - & x_4 & + & x_5 & & & = & 0 \end{array}$$

$x_1 = t - u$
$x_2 = t - w$
$x_3 = t$
$x_4 = t$
$x_5 = u$
$x_6 = w$

Nekonečně mnoho řešení závislých na parametrech t; u; w (t; u; $w \in \Re$)

4. Funkce, vlastnosti funkce

4.1. Definiční obor funkce $D(f)$

Určete definiční obor následujících funkcí:

Příklad 4.1.1. $f : y = x^2 + 3$ pro $x \in (2; 5)$ $D(f) = (2; 5)$

Příklad 4.1.2. $f : y = \dfrac{x+2}{x-2}$ $x \neq 2 \implies D(f) = (-\infty; 2) \cup (2; \infty)$

Příklad 4.1.3. $f : y = \dfrac{x^2}{x+3}$ pro $x \in (2; 5)$ $D(f) = (2; 5)$

Příklad 4.1.4. $f : y = \dfrac{x^2}{x-3}$ pro $x \in (2; 5)$ $D(f) = (2; 3) \cup (3; 5)$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 4.1.5. $f : y = \dfrac{x^2}{x-3}$ pro $x \in (-2; 3\rangle$ $D(f) = (-2; 3)$

Příklad 4.1.6. [T 179d/64] $f : y = \dfrac{12x^3 - x}{x^2 - 18x + 80}$ $x \neq 8,\ x \neq 10$

Příklad 4.1.7. $f : y = \dfrac{12x^3 - x}{x^3 - x}$ $x \neq 0,\ x \neq \pm 1$

Příklad 4.1.8. $f : y = \dfrac{12}{x^3 + x}$ $x \neq 0$

Příklad 4.1.9. [T 179f/64] $f : y = \dfrac{2x^2 - 5}{x^3 - x^2 - x + 1}$ $x \neq \pm 1$

Příklad 4.1.10. [T 179g/64] $f : y = \dfrac{1}{x^3 - x^2 + 2x - 2}$ $x \neq 1$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 4.1.11. $f: y = \sqrt{3x-5}$ pro $x \in (2;5\rangle$ $D(f) = (2;5\rangle$

Příklad 4.1.12. $f: y = \sqrt{3x-5}$ pro $x \in (-2;5\rangle$ $D(f) = \langle\frac{5}{3};5\rangle$

Příklad 4.1.13. $f: y = \sqrt{x^2+5}$ $D(f) = \mathbb{R}$

Příklad 4.1.14. $f: y = \sqrt{1-3x}$ $D(f) = (-\infty;\frac{1}{3}\rangle$

Příklad 4.1.15. $f: y = \dfrac{1}{\sqrt{1-3x}}$ $D(f) = (-\infty;\frac{1}{3})$

Příklad 4.1.16. $f: y = \dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ pro $x \in (-2;5\rangle$ $D(f) = (-2;2)$

Příklad 4.1.17. $f: y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ pro $x \in (-2;5\rangle$ $D(f) = (2;5\rangle$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 4.1.18. $f: y = \sqrt{x^2 + 2y + 4}$ pro $x \in (-2; 5\rangle$ $D(f) = (-2; 5\rangle$

Příklad 4.1.19. $f: y = \sqrt{x^2 + 2y + 4}$ $D(f) = \mathbb{R}$

Příklad 4.1.20. [T 184a/66] $f: y = \sqrt{1 - |x|}$ $D(f) = \langle -1; 1\rangle$

Příklad 4.1.21. [T 15-1/66] $f: y = \sqrt{3x - x^3}$ $D(f) = (-\infty; -\sqrt{3}\rangle \cup \langle 0; \sqrt{3}\rangle$

Příklad 4.1.22. $f: y = \ln(2x - 4)$ $D(f) = (2; \infty)$

Příklad 4.1.23. $f: y = \ln(x^2 - 4)$ pro $x \in (-2; 3\rangle$ $D(f) = (2; 3\rangle$

Příklad 4.1.24. $f: y = \dfrac{2}{3 - \ln x}$ $D(f) = (0; \mathrm{e}^3) \cup (\mathrm{e}^3; \infty)$

Příklad 4.1.25. $f: y = \ln(x - x^2)$ $D(f) = (0; 1)$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 4.1.26. [T 187c/66] $f: y = \ln(x^2 + 4x - 5)$ $D(f) = (-\infty; -5) \cup (1; \infty)$

Příklad 4.1.27. $f: y = \dfrac{1}{x+1} + \sqrt{x+3}$ pro $x \in (-2; 3\rangle$ $D(f) = (-2; -1) \cup (-1; 3\rangle$

Příklad 4.1.28. $f: y = \mathrm{e}^{\sqrt{1-x^2}}$ $D(f) = \langle -1; 1\rangle$

Příklad 4.1.29. $f: y = \ln \dfrac{2-x}{2+x}$ $D(f) = (-2; 2)$

Příklad 4.1.30. $f: y = \dfrac{1}{x-1} + \sqrt{3+x}$ $D(f) = \langle -3; 1) \cup (1; \infty)$

Příklad 4.1.31. $f: y = \ln \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x}$ pro $x \in (2; 13\rangle$ $D(f) = (2; 13\rangle$

Příklad 4.1.32. $f: y = \ln \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x}$ $D(f) = (0; \infty)$

4.2. Funkce lichá, sudá

Ověřte lichost a sudost následujících funkcí:

Příklad 4.2.1. $f: y = x^2 + 3$ pro $x \in (-2; 3)$ ani sudá, ani lichá

Příklad 4.2.2. $f: y = x^2 + 3$ sudá

Příklad 4.2.3. $f: y = x^5 - 3$ pro $x \in (-6; 6)$ ani sudá, ani lichá

Příklad 4.2.4. $f: y = x^5 - 3x^3$ pro $x \in (-6; 5)$ ani sudá, ani lichá

Příklad 4.2.5. $f: y = x^5 - 3x^3$ lichá

Příklad 4.2.6. $f: y = x^5 - 3x^3 + 5x - 7$ ani sudá, ani lichá

Příklad 4.2.7. $f: y = x^5 - 3x^3 + 5x$ lichá

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 4.2.8. $f : y = x^5 - 3x^4 + 5x$ ani sudá, ani lichá

Příklad 4.2.9. $f : y = x^4 \cdot \mathrm{tg} x$ lichá

Příklad 4.2.10. $f : y = \dfrac{x^2}{1 + x^2}$ sudá

Příklad 4.2.11. $f : y = \dfrac{5x}{2x^2 + 1}$ lichá

Příklad 4.2.12. $f : y = \dfrac{x + 1}{x - 1}$ ani lichá ani sudá

Příklad 4.2.13. $f : y = \dfrac{2x \cdot \sin x}{\cos^4 x}$ sudá

Příklad 4.2.14. $f : y = \ln \dfrac{2 - x}{2 + x}$ lichá

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 4.2.15. $f: y = \ln \frac{\sin x}{x}$ sudá

Příklad 4.2.16. $f: y = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}$ lichá

Příklad 4.2.17. $f: y = \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x}$ sudá

Příklad 4.2.18. $f: y = \frac{3x \cdot \cos x}{\sin^4 x}$ lichá

Příklad 4.2.19. $f: y = x^4 + \frac{5}{\sqrt[3]{x^2}}$ sudá

Příklad 4.2.20. $f: y = 2^x$ ani lichá, ani sudá

Příklad 4.2.21. $f: y = x^2 + \sin x^2$ sudá

4.3. Inverzní funkce $f^{-1}(x)$ k funkci $f(x)$

Určete inverzní funkci $f^{-1}(x)$ k funkci $f(x)$:

Příklad 4.3.1. $f: y = 2x - 1$, pro $x \in \mathbb{R}$ je $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$, kde $x \in \mathbb{R}$

Příklad 4.3.2. $f: y = \dfrac{1}{x+2}$, pro $x \neq -2$ je $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x} - 2$, kde $x \neq 0$

Příklad 4.3.3. $f: y = \dfrac{x-2}{x+2}$, pro $x \neq -2$ je $f^{-1}(x) = \dfrac{2x+2}{1-x}$, kde $x \neq 1$

Příklad 4.3.4. $f: y = \sqrt{x-4}$, pro $x \geq 4$ je $f^{-1}(x) = x^2 + 4$, kde $x \geq 0$

Příklad 4.3.5. $f: y = x^4 + 5$, pro $x \geq 0$ je $f^{-1}(x) = \sqrt[4]{x-5}$, kde $x \geq 5$

Příklad 4.3.6. $f: y = 2 + \ln x$, pro $x > 0$ je $f^{-1}(x) = \mathrm{e}^{x-2}$, kde $x \in \mathbb{R}$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 4.3.7. $f: y = \mathrm{e}^{1-2x}$, pro $x \in \mathbb{R}$ je $f^{-1}(x) = \dfrac{1 - \ln x}{2}$, kde $x > 0$

Příklad 4.3.8. $f: y = \ln(1 - x)$, pro $x < 1$ je $f^{-1}(x) = 1 - \mathrm{e}^{x}$, kde $x \in \mathbb{R}$

Příklad 4.3.9. $f: y = x^2$, pro $x \geq 0$ je $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$, kde $x \geq 0$

Příklad 4.3.10. $f: y = \sqrt{3 - e^{x}}$, pro $x \in (-\infty; \ln 3\rangle$ je $f^{-1}(x) = \ln(3 - x^2)$, kde $x \in \langle 0; \sqrt{3})$

Příklad 4.3.11. $f: y = 1 + \sqrt{3 + e^{2x}}$, pro $x \in \mathbb{R}$ je $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\ln[(x-1)^2 - 3] = \ln\sqrt{x^2 - 2x - 2}$, kde $x \in (1 + \sqrt{3}; \infty)$

Příklad 4.3.12. $f: y = \dfrac{4 + \mathrm{e}^{x}}{4 - \mathrm{e}^{x}}$, pro $x \neq \ln 4$ je $f^{-1}(x) = \ln\dfrac{4x - 4}{x + 1}$, kde $x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$

Příklad 4.3.13. [R 3/147] $f : y = \dfrac{2^x}{1+2^x}$, pro $x \in \mathbb{R}$ je $f^{-1}(x) = \log_2 \dfrac{x}{1-x}$, kde $x \in (0;1)$

Příklad 4.3.14. $f : y = 2\cos(1-3x)$, pro $x \in \left\langle \dfrac{1-\pi}{3}; \dfrac{1}{3} \right\rangle$ je $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{3}\left(1 - \arccos\dfrac{x}{2}\right)$, kde $x \in \langle -2; 2 \rangle$

Příklad 4.3.15. $f : y = 2 + \mathrm{tg}(5x-2)$, pro $x \in \left\langle \dfrac{4-\pi}{10}; \dfrac{4+\pi}{10} \right\rangle$ je $f^{-1}(x) = \frac{1}{5}[2 + \mathrm{arctg}(x-2)]$, kde $x \in (-\infty; \infty)$

Příklad 4.3.16. $f : y = 3 + 4\arccos(2x-1)$, pro $x \in \langle 0; 1 \rangle$ je $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{2}\left(1 + \cos\dfrac{x-3}{4}\right)$, kde $x \in \langle 3; 3+4\pi \rangle$

Příklad 4.3.17. $f : y = 2 - \mathrm{arccotg}(x-2)$, pro $x \in (-\infty; \infty)$ je $f^{-1}(x) = 2 + \mathrm{cotg}(2-x)$, kde $x \in (2-\pi; 2)$

Příklad 4.3.18. [H 9,12.d/76] $f : y = 3 \arcsin 2x + 1$, pro $x \in \langle \frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \rangle$

je $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{2} \sin \dfrac{x-1}{3}$, kde $x \in \langle -\frac{3}{2}\pi + 1; \frac{3}{2}\pi + 1 \rangle$

Příklad 4.3.19. $f : y = \sin(3x - 1)$, pro $x \in \left\langle \dfrac{2-\pi}{6}; \dfrac{2+\pi}{6} \right\rangle$

je $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(1 + \arcsin x)$, kde $x \in \langle -1; 1 \rangle$

Příklad 4.3.20. $f : y = 1 + \mathrm{arctg}(3x - 4)$, pro $x \in \mathbb{R}$ je $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}[4 + \mathrm{tg}(x - 1)]$,

kde $x \in (1 - \frac{\pi}{2}; 1 + \frac{\pi}{2})$

Příklad 4.3.21. $f : y = 2 - \cos(2x + 1)$, pro $x \in \langle -\frac{1}{2}; \frac{\pi-1}{2} \rangle$

je $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \cdot [-1 + \arccos(2 - x)]$, kde $x \in \langle 1; 3 \rangle$

4.4. Reálné kořeny funkce

Najděte reálné kořeny (včetně jejich násobnosti) následujících funkcí:

Příklad 4.4.1. $f : y = 5x + 7$ $\quad x_1 = -\dfrac{7}{5}$

Příklad 4.4.2. $f : y = x^2 - 3x$ $\quad x_1 = 0\,, \quad x_2 = 3$

Příklad 4.4.3. $f : y = x^3 - 5x^2$ $\quad x_{1;2} = 0\,, \quad x_3 = 5$

Příklad 4.4.4. $f : y = x \cdot (x-1)^2 \cdot (x-4)^5$ $\quad x_1 = 0\,, \quad x_{2;3} = 1\,, \quad x_{4;5;6;7;8} = 4$

Příklad 4.4.5. $f : y = 9x^2 - 5$ $\quad x_1 = \dfrac{\sqrt{5}}{3}\,, \quad x_2 = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Příklad 4.4.6. $f : y = \sqrt{x^2 + 4}$ reálné kořeny neexistují

Příklad 4.4.7. $f : y = \sqrt{x^2 - 4}$ $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

Příklad 4.4.8. $f : y = 9x^2 - 16$ $x_1 = \frac{4}{3}$, $x_2 = -\frac{4}{3}$

Příklad 4.4.9. $f : y = (x^2 - 1) \cdot (x^2 - 9) \cdot (2x + 5)$ $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 3$, $x_4 = -3$, $x_5 = -\frac{5}{2}$

Příklad 4.4.10. $f : y = x^4 - 16$ $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

Příklad 4.4.11. $f : y = x^2 + 19x + 48$ $x_1 = -3$, $x_2 = -16$

Příklad 4.4.12. $f : y = x^3 - 8$ $x_1 = 2$

Příklad 4.4.13. $f : y = x^3 + 4x^2 + 4x + 3$ $x_1 = -3$

Příklad 4.4.14. $f: y = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ $x_1 = 1\,,\quad x_2 = 4\,,\quad x_3 = -2$

Příklad 4.4.15. $f: y = 6x^3 + 29x^2 - 17x - 60$ $x_1 = -5\,,\quad x_2 = \frac{3}{2}\,,\quad x_3 = -\frac{4}{3}$

Příklad 4.4.16. $f: y = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ $x_1 = 1\,,\quad x_2 = -2\,,\quad x_3 = 3$

Příklad 4.4.17. $f: y = x^3 + 3x^2 - 8x + 10$ $x_1 = -5$

Příklad 4.4.18. $f: y = x^3 - x^2 - 8x + 12$ $x_{1;2} = 2\,,\quad x_3 = -3$

Příklad 4.4.19. $f: y = x^3 - x^2 - 7x + 15$ $x_1 = -3$

Příklad 4.4.20. $f: y = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ $x_1 = -1\,,\quad x_2 = 2\,,\quad x_3 = 4$

Příklad 4.4.21. $f: y = x^3 + x^2 - 14x - 24$ $x_1 = -2\,,\quad x_2 = -3\,,\quad x_3 = 4$

VYSOKÁ ŠKOLA KARLA ENGLIŠE, a.s.

Příklad 4.4.22. $f: y = x^4 + x^3 - 3x^2 + 7x - 6$ $\quad x_1 = 1\,, \quad x_2 = -3$

Příklad 4.4.23. $f: y = x^4 - 2x^2 - 3x - 2$ $\quad x_1 = -1\,, \quad x_2 = 2$

Příklad 4.4.24. $f: y = x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 28x - 15$ $\quad x_{1;2} = 1\,, \quad x_3 = -3\,, \quad x_4 = 5$

Příklad 4.4.25. $f: y = x^4 - 2x^3 - 22x^2 + 62x - 15$ $\quad x_1 = 3\,, \quad x_2 = -5\,, \quad x_3 = 2 + \sqrt{3}$
, $x_4 = 2 - \sqrt{3}$

Příklad 4.4.26. $f: y = x^4 - 10x^3 + 37x^2 - 60x + 36$ $\quad x_{1;2} = 2\,, \quad x_{3;4} = 3$

Příklad 4.4.27. $f: y = x^4 - 14x^3 + 41x^2 - 4x - 60$ $\quad x_1 = -1\,, \quad x_2 = 2\,, \quad x_3 = 3\,, \quad x_4 = 10$

Příklad 4.4.28. $f: y = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x - 80$ $\quad x_1 = 2\,, \quad x_2 = -4$

Příklad 4.4.29. $f: y = x^4 + 4x^3 - 16x - 16$ $x_1 = 2\,,\quad x_{2;3;4} = -2$

Příklad 4.4.30. $f: y = 5x^4 + 11x^3 - 63x^2 + 37x + 10$ $x_1 = 1\,,\quad x_2 = 2\,,\quad x_3 = -5\,,\quad x_4 = \dfrac{1}{5}$

Příklad 4.4.31. $f: y = 7x^5 + 71x^4 + 150x^3 - 50x^2 - 157x - 21$ $x_1 = 1\,,\quad x_2 = -1\,,\quad x_3 = -3\,,\quad x_4 = -7\,,\quad x_5 = -\dfrac{1}{7}$

Příklad 4.4.32. $f: y = x^5 - x^4 - 10x^3 - 5x^2 - 21x + 36$ $x_1 = 1\,,\quad x_2 = -3\,,\quad x_3 = 4$

Příklad 4.4.33. $f: y = x^5 + x^4 - 2x^3 - 27x^2 - 27x + 54$ $x_1 = 1\,,\quad x_2 = -2\,,\quad x_3 = 3$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

5. Mnohočleny a racionální lomené funkce

5.1. Kořeny mnohočlenů

Určete číslo A tak, aby následující funkce měly požadované kořeny:

Příklad 5.1.1. $f: y = x^3 + Ax^2 + x - 2\,, \quad x_1 = 2 \qquad A = -2$

Příklad 5.1.2. $f: y = Ax^3 - 3x^2 + 3x - 2\,, \quad x_1 = 2 \qquad A = 1$

Příklad 5.1.3. $f: y = x^3 + 4x^2 + Ax + 3\,, \quad x_1 = -3 \qquad A = 4$

Příklad 5.1.4. $f: y = x^3 - 3x^2 - 6x + A\,, \quad x_1 = -2 \qquad A = 8$

Příklad 5.1.5. $f: y = Ax^3 + 29x^2 - 17x - 60\,, \quad x_1 = -5 \qquad A = 6$

Příklad 5.1.6. $f: y = x^3 + Ax^2 - 8x + 10\,, \quad x_1 = -5 \qquad A = 3$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 5.1.7. $f: y = x^4 + 4x^3 + Ax^2 - 16x - 16\ , \quad x_1 = 2 \qquad A = 0$

Příklad 5.1.8. $f: y = x^5 - x^4 - 10x^3 - 5x^2 - 21x + A\ , \quad x_1 = 1 \qquad A = 36$

Příklad 5.1.9. $f: y = x^3 + Ax^2 + 3x - 2\ , \quad x_1 = 2 \qquad A = -3$

Příklad 5.1.10. $f: y = x^3 - 2x^2 + Ax - 2\ , \quad x_1 = 2 \qquad A = 1$

Příklad 5.1.11. $f: y = x^3 + 4x^2 + 4x + A\ , \quad x_1 = -3 \qquad A = 3$

Příklad 5.1.12. $f: y = Ax^3 - 3x^2 - 6x + 8\ , \quad x_1 = -2 \qquad A = 1$

Příklad 5.1.13. $f: y = 6x^3 + Ax^2 - 17x - 60\ , \quad x_1 = -5 \qquad A = 29$

Příklad 5.1.14. $f: y = x^5 - x^4 + Ax^3 - 5x^2 - 21x + 36\ , \quad x_1 = 1 \qquad A = -10$

Příklad 5.1.15. $f: y = x^4 + 4x^3 + Ax - 16\ , \quad x_1 = 2 \qquad A = -16$

VYSOKÁ ŠKOLA
KARLA ENGLIŠE, a.s.

5.2. Znaménka mnohočlenů

Určete znaméko mnohočlenu $P(x)$ v intervalu:

Příklad 5.2.1. $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$, $x \in (1; 6)$ v $(1; 2\rangle$ MÍNUS v $\langle 2; 6)$ PLUS

Příklad 5.2.2. $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$, $x \in (-2; 4)$ v $(-2; 2\rangle$ MÍNUS v $\langle 2; 4)$ PLUS

Příklad 5.2.3. $P(x) = x^3 + 4x^2 + 4x + 3$, $x \in (-9; -1)$ v $(-9; -3\rangle$ MÍNUS, v $\langle -3; -1)$ PLUS

Příklad 5.2.4. $P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$, $x \in (0; 3)$ v $(0; 1\rangle$ PLUS v $\langle 1; 3)$ MÍNUS

Příklad 5.2.5. $P(x) = 6x^3 + 29x^2 - 17x - 60$, $x \in (-7; -2)$
v $(-7; -5\rangle$ MÍNUS v $\langle -5; -2)$ PLUS

Příklad 5.2.6. $P(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$, $x \in (0; 2)$ v $(0; 1\rangle$ PLUS v $\langle 1; 2)$ MÍNUS

Příklad 5.2.7. $P(x) = x^5 - x^4 - 10x^3 - 5x^2 - 21x + 36$, $x \in (-2; 0)$ PLUS

5.3. Rozklad na parciální zlomky

Rozložte na parciální zlomky následující racionální lomené funkce:

Reálné různé kořeny jmenovatele

Příklad 5.3.1. $$R(x) = \frac{6x^2 - 22x + 18}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} \qquad R(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x-3}$$

Příklad 5.3.2. $$R(x) = \frac{6x^2 - 5x - 9}{x^3 - 7x + 6} \qquad R(x) = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+3}$$

Příklad 5.3.3. $$R(x) = \frac{-5x^2 - 90x + 18}{x^3 - 7x^2 - 66x + 72} \qquad R(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+6} + \frac{-9}{x-12}$$

Příklad 5.3.4. $$R(x) = \frac{2x^2 - 26x + 42}{x^3 - x^2 - 30x + 72} \qquad R(x) = \frac{2}{x-3} + \frac{-3}{x-4} + \frac{3}{x+6}$$

Příklad 5.3.5. $$R(x) = \frac{2x^2 - 26x + 30}{x^3 - 7x^2 - 6x + 72} \qquad R(x) = \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-4} + \frac{-3}{x-6}$$

Příklad 5.3.6. $$R(x) = \frac{4x^2 - 13x - 54}{x^3 + x^2 - 14x - 24} \qquad R(x) = \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+3} + \frac{-1}{x-4}$$

Příklad 5.3.7. $$R(x) = \frac{2x^2 + 15x + 26}{x^3 + 9x^2 + 26x + 24} \qquad R(x) = \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{-1}{x+4}$$

Příklad 5.3.8. $$R(x) = \frac{x^2 + 7x + 4}{x^3 + 2x^2 - 16x - 32} \qquad R(x) = \frac{0{,}5}{x+2} + \frac{1}{x-4} + \frac{-0{,}5}{x+4}$$

Příklad 5.3.9. $$R(x) = \frac{x^2 + 5x - 5}{x^3 + 3x^2 - 6x - 8} \qquad R(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{0{,}5}{x-2} + \frac{-0{,}5}{x+4}$$

Příklad 5.3.10. $$R(x) = \frac{x^2 + 6x - 10}{x^3 + x^2 - 16x - 16} \qquad R(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{0{,}75}{x-4} + \frac{-0{,}75}{x+4}$$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Dvojnásobný reálný kořen jmenovatele

Příklad 5.3.11. $$R(x) = \frac{4x^2 - 8x}{x^3 - 5x^2 + 7x - 3} \qquad R(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-3}$$

Příklad 5.3.12. $$R(x) = \frac{4x^2 - 10x + 12}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} \qquad R(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{2}{(x-2)^2} + \frac{3}{x+2}$$

Příklad 5.3.13. $$R(x) = \frac{4x^2 + 14x + 4}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} \qquad R(x) = \frac{1}{x+2} + \frac{2}{(x+2)^2} + \frac{3}{x-2}$$

Příklad 5.3.14. $$R(x) = \frac{4x^2 + 9x - 4}{x^3 + 3x^2 - 4} \qquad R(x) = \frac{3}{x+2} + \frac{2}{(x+2)^2} + \frac{1}{x-1}$$

Příklad 5.3.15. $$R(x) = \frac{4x^2 + 3x - 20}{x^3 + x^2 - 8x - 12} \qquad R(x) = \frac{3}{x+2} + \frac{2}{(x+2)^2} + \frac{1}{x-3}$$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 5.3.16. $$R(x) = \frac{4x^2 - 6x - 2}{x^3 - x^2 - 5x - 3} \qquad R(x) = \frac{3}{x+1} + \frac{-2}{(x+1)^2} + \frac{1}{x-3}$$

Příklad 5.3.17. $$R(x) = \frac{4x^2 - 33x - 11}{x^3 - 10x^2 - 23x - 12} \qquad R(x) = \frac{3}{x+1} + \frac{-2}{(x+1)^2} + \frac{1}{x-12}$$

Příklad 5.3.18. $$R(x) = \frac{5x^2 - 18x - 20}{x^3 - 6x^2 + 32} \qquad R(x) = \frac{4}{x-4} + \frac{-2}{(x-4)^2} + \frac{1}{x+2}$$

Příklad 5.3.19. $$R(x) = \frac{10x^2 - 83x + 153}{x^3 - 12x^2 + 45x - 50} \qquad R(x) = \frac{7}{x-5} + \frac{-4}{(x-5)^2} + \frac{3}{x-2}$$

Příklad 5.3.20. $$R(x) = \frac{2x^2 - 22x + 62}{x^3 - 14x^2 + 64x - 96} \qquad R(x) = \frac{1{,}5}{x-4} + \frac{-3}{(x-4)^2} + \frac{0{,}5}{x-6}$$

Příklad 5.3.21. $$R(x) = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x^3 - 48x - 128} \qquad R(x) = \frac{1{,}25}{x+4} + \frac{-4}{(x+4)^2} + \frac{0{,}75}{x-8}$$

Trojnásobný reálný kořen jmenovatele

Příklad 5.3.22. $$R(x) = \frac{x^2+2}{x^3-3x^2+3x-1}$$ $$R(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3}{(x-1)^3}$$

Příklad 5.3.23. $$R(x) = \frac{8x^2+18x+6}{x^3+3x^2+3x+1}$$ $$R(x) = \frac{8}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{-4}{(x+1)^3}$$

Příklad 5.3.24. $$R(x) = \frac{7x^2-30x+11}{x^3-6x^2+12x-8}$$ $$R(x) = \frac{7}{x-2} + \frac{-2}{(x-2)^2} + \frac{-21}{(x-2)^3}$$

Příklad 5.3.25. $$R(x) = \frac{6x^2+23x+7}{x^3+6x^2+12x+8}$$ $$R(x) = \frac{6}{x+2} + \frac{-1}{(x+2)^2} + \frac{-15}{(x+2)^3}$$

Příklad 5.3.26. $$R(x) = \frac{6x^2-37x+19}{x^3-9x^2+27x-27}$$ $$R(x) = \frac{6}{x-3} + \frac{-1}{(x-3)^2} + \frac{-38}{(x-3)^3}$$

Příklad 5.3.27. $R(x) = \dfrac{4x^2 + 26x + 14}{x^3 + 9x^2 + 27x + 27}$ $\quad R(x) = \dfrac{4}{x+3} + \dfrac{2}{(x+3)^2} + \dfrac{-28}{(x+3)^3}$

Příklad 5.3.28. $R(x) = \dfrac{-3x^2 + 27x + 3}{x^3 - 12x^2 + 48x - 64}$ $\quad R(x) = \dfrac{-3}{x-4} + \dfrac{3}{(x-4)^2} + \dfrac{63}{(x-4)^3}$

Příklad 5.3.29. $R(x) = \dfrac{3x^2 + 21x + 5}{x^3 + 12x^2 + 48x + 64}$ $\quad R(x) = \dfrac{3}{x+4} + \dfrac{-3}{(x+4)^2} + \dfrac{-31}{(x+4)^3}$

Příklad 5.3.30. $R(x) = \dfrac{9x^2 - 83x - 7}{x^3 - 15x^2 + 75x - 125}$ $\quad R(x) = \dfrac{9}{x-5} + \dfrac{7}{(x-5)^2} + \dfrac{-197}{(x-5)^3}$

Příklad 5.3.31. $R(x) = \dfrac{9x^2 + 83x + 1}{x^3 + 15x^2 + 75x + 125}$ $\quad R(x) = \dfrac{9}{x+5} + \dfrac{-7}{(x+5)^2} + \dfrac{-189}{(x+5)^3}$

Příklad 5.3.32. $R(x) = \dfrac{x^2 - 10x + 27}{x^3 - 18x^2 + 108x - 216}$ $\quad R(x) = \dfrac{1}{x-6} + \dfrac{2}{(x-6)^2} + \dfrac{3}{(x-6)^3}$

Komplexně sdružené kořeny jmenovatele

Příklad 5.3.33. $R(x) = \dfrac{3x^2+1}{x^3+x-2}$ $\quad R(x) = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{2x+1}{x^2+x+2}$

Příklad 5.3.34. $R(x) = \dfrac{3x^2}{x^3+2x^2+4x+3}$ $\quad R(x) = \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2x-3}{x^2+x+3}$

Příklad 5.3.35. $R(x) = \dfrac{-x^2-6x}{x^3+2x+3}$ $\quad R(x) = \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{-2x-3}{x^2-x+3}$

Příklad 5.3.36. $R(x) = \dfrac{8x^2-24x+13}{x^3-5x^2+7x-12}$ $\quad R(x) = \dfrac{3}{x-4} + \dfrac{5x-1}{x^2-1x+3}$

Příklad 5.3.37. $R(x) = \dfrac{4x^2+x+10}{x^3-2x^2-6x-8}$ $\quad R(x) = \dfrac{3}{x-4} + \dfrac{x-1}{x^2+2x+2}$

Příklad 5.3.38. $R(x) = \dfrac{5x^2+5x+14}{x^3+3x^2-7x+15}$ $\quad R(x) = \dfrac{3}{x+5} + \dfrac{2x+1}{x^2-2x+3}$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 5.3.39. $R(x) = \dfrac{3x^2 - 4x - 11}{x^3 - 2x^2 - 11x - 20}$ $R(x) = \dfrac{1}{x-5} + \dfrac{2x+3}{x^2+3x+4}$

Příklad 5.3.40. $R(x) = \dfrac{-x^2 + 11x - 1}{x^3 + 2x^2 - 3x - 10}$ $R(x) = \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{-2x+3}{x^2+4x+5}$

Příklad 5.3.41. $R(x) = \dfrac{-x^2 - 3x + 15}{x^3 - 2x^2 - 3x + 10}$ $R(x) = \dfrac{1}{x+2} + \dfrac{-2x+5}{x^2-4x+5}$

Příklad 5.3.42. $R(x) = \dfrac{2x^2 - 15x - 32}{x^3 - 18x - 35}$ $R(x) = \dfrac{-1}{x-5} + \dfrac{3x+5}{x^2+5x+7}$

Příklad 5.3.43. $R(x) = \dfrac{2x^2 + 3x - 5}{x^3 + 2x^2 - 2x - 12}$ $R(x) = \dfrac{0{,}5}{x-2} + \dfrac{1{,}5x+4}{x^2+4x+6}$

Příklad 5.3.44. $R(x) = \dfrac{2x^2 + 8x + 19}{x^3 - 10x + 24}$ $R(x) = \dfrac{0{,}5}{x+4} + \dfrac{1{,}5x+4}{x^2-4x+6}$

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obecné kořeny jmenovatele

Příklad 5.3.45. $R(x) = \dfrac{x^3 + 14x^2 - 3x - 24}{x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6}$ $R(x) = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{-1}{x+1} + \dfrac{-2}{x+2} + \dfrac{3}{x-3}$

Příklad 5.3.46. $R(x) = \dfrac{2x^4 - 3x^3 - 10x^2 - 37x - 12}{x^5 - x^4 - 10x^3 - 5x^2 - 21x + 36}$

$R(x) = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x+3} + \dfrac{1}{x^2+x+3}$

Příklad 5.3.47. $R(x) = \dfrac{10x^2 - 16}{x^4 - 5x^2 + 4}$ $R(x) = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{-1}{x+1} + \dfrac{2}{x-2} + \dfrac{-2}{x+2}$

Příklad 5.3.48. $R(x) = \dfrac{2x^2 + 8x + 20}{x^3 - 8x + 32}$ $R(x) = \dfrac{0{,}5}{x+4} + \dfrac{1{,}5x + 4}{x^2 - 4x + 8}$

Příklad 5.3.49. $R(x) = \dfrac{x^2 + 9x - 63}{x^3 - 3x^2 - 36x + 108}$ $R(x) = \dfrac{1}{x-3} + \dfrac{0{,}75}{x-6} + \dfrac{-0{,}75}{x+6}$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

6. Interpolace a aproximace funkce dané tabulkou

6.1. Lagrangeův interpolační mnohočlen

Určete (Lagrangeův) mnohočlen procházející všemi zadanými body:

Příklad 6.1.1. $[-2; -5]$, $[0; 1]$, $[1; 4]$, $[2; 15]$. $L(x) = x^3 + x^2 + x + 1$

Příklad 6.1.2. $[-2; -13]$, $[0; 1]$, $[1; 2]$, $[2; 7]$. $L(x) = x^3 - x^2 + x + 1$

Příklad 6.1.3. $[-2; -10]$, $[0; 4]$, $[1; 5]$, $[2; 10]$. $L(x) = x^3 - x^2 + x + 4$

Příklad 6.1.4. $[-2; -11]$, $[0; -9]$, $[1; -5]$, $[2; 9]$. $L(x) = x^3 + 2x^2 + x - 9$

Příklad 6.1.5. $[-2; 1]$, $[0; -7]$, $[1; -5]$, $[2; 9]$. $L(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 7$

Příklad 6.1.6. $[-2; 9]$, $[0; -5]$, $[1; -9]$, $[2; 13]$. $L(x) = 3x^3 + 4x^2 - 11x - 5$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 6.1.7. $[-2; 9]$, $[0; -3]$, $[1; -6]$, $[2; 9]$. $L(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x - 3$

Příklad 6.1.8. $[-2; -5]$, $[-1; 0]$, $[1; 4]$, $[2; 15]$. $L(x) = x^3 + x^2 + x + 1$

Příklad 6.1.9. $[-2; -13]$, $[-1; -2]$, $[1; 2]$, $[2; 7]$. $L(x) = x^3 - x^2 + x + 1$

Příklad 6.1.10. $[-2; -10]$, $[-1; 1]$, $[1; 5]$, $[2; 10]$. $L(x) = x^3 - x^2 + x + 4$

Příklad 6.1.11. $[-2; -11]$, $[-1; -9]$, $[1; -5]$, $[2; 9]$. $L(x) = x^3 + 2x^2 + x - 9$

Příklad 6.1.12. $[-2; 1]$, $[-1; -3]$, $[1; -5]$, $[2; 9]$. $L(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 7$

Příklad 6.1.13. $[-2; 9]$, $[-1; 7]$, $[1; -9]$, $[2; 13]$. $L(x) = 3x^3 + 4x^2 - 11x - 5$

Příklad 6.1.14. $[-2; 9]$, $[-1; 6]$, $[1; -6]$, $[2; 9]$. $L(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x - 3$

Příklad 6.1.15. $[-2; -5]$, $[-1; 0]$, $[0; 1]$, $[2; 15]$. $L(x) = x^3 + x^2 + x + 1$

Příklad 6.1.16. $[-2;-13]$, $[-1;-2]$, $[0;1]$, $[2;7]$. $L(x) = x^3 - x^2 + x + 1$

Příklad 6.1.17. $[-2;-10]$, $[-1;1]$, $[0;4]$, $[1;5]$, $[2;10]$. $L(x) = x^3 - x^2 + x + 4$

Příklad 6.1.18. $[-2;-11]$, $[-1;-9]$, $[0;-9]$, $[1;-5]$, $[2;9]$. $L(x) = x^3 + 2x^2 + x - 9$

Příklad 6.1.19. $[-2;1]$, $[-1;-3]$, $[0;-7]$, $[2;9]$. $L(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 7$

Příklad 6.1.20. $[-2;9]$, $[-1;7]$, $[0;-5]$, $[2;13]$. $L(x) = 3x^3 + 4x^2 - 11x - 5$

Příklad 6.1.21. $[-2;9]$, $[-1;6]$, $[0;-3]$, $[2;9]$. $L(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x - 3$

Příklad 6.1.22. $[-2;9]$, $[-1;5]$, $[0;-3]$, $[1;-6]$. $L(x) = 1{,}5x^3 + 2{,}5x^2 - 7x - 3$

Příklad 6.1.23. $[-2;9]$, $[-1;5]$, $[0;-2]$, $[1;-6]$. $L(x) = x^3 + 1{,}5x^2 - 6{,}5x - 2$

Příklad 6.1.24. $[-1;5]$, $[0;-4]$, $[1;-5]$, $[2;11]$. $L(x) = 1{,}5x^3 + 4x^2 - 6{,}5x - 4$

Příklad 6.1.25. $[-1; 5]$, $[0; -4]$, $[1; -4]$, $[2; 11]$. $L(x) = x^3 + 4{,}5x^2 - 5{,}5x - 4$

Příklad 6.1.26. $[-1; 5]$, $[0; -4]$, $[1; -5]$, $[2; 10]$. $L(x) = 1{,}333x^3 + 4x^2 - 6{,}333x - 4$

Příklad 6.1.27. $[-1; -3]$, $[0; -8]$, $[1; -5]$, $[2; 5]$. $L(x) = -0{,}167x^3 + 4x^2 - 0{,}822x - 8$

Příklad 6.1.28. $[-2; 1]$, $[-1; -4]$, $[0; -7]$, $[1; -9]$. $L(x) = -0{,}167x^3 + 0{,}5x^2 - 2{,}333x - 7$

Příklad 6.1.29. $[-3; -1]$, $[-2; 0]$, $[-1; -3]$, $[0; -9]$. $L(x) = 0{,}167x^3 - x^2 - 7{,}167x - 9$

Příklad 6.1.30. $[-4; -8]$, $[-3; 5]$, $[-2; 8]$, $[-1; 2]$. $L(x) = 0{,}167x^3 - 3{,}5x^2 - 17{,}667x - 12$

Příklad 6.1.31. $[-4; -8]$, $[-3; 5]$, $[-2; 8]$, $[-1; 6]$. $L(x) = 0{,}833x^3 + 2{,}5x^2 - 0{,}333x + 4$

Příklad 6.1.32. $[-2; 8]$, $[-1; 3]$, $[0; 0]$, $[1; 4]$. $L(x) = 0{,}833x^3 + 3{,}5x^2 - 0{,}333x$

Příklad 6.1.33. $[-1; 4]$, $[0; -1]$, $[1; -2]$, $[2; 9]$. $L(x) = -0{,}667x^3 + 4x^2 + -0{,}333x - 1$

6.2. Lineární aproximace metodou nejmenších čtverců

Metodou nejmenších čterců určete lineární aproximaci následujících funkcí daných tabulkami:

Příklad 6.2.1.

x	-2	-1	-1	1
y	-3	0	-2	3

$y = 2x + 1$

Příklad 6.2.2.

x	-3	-2	-2	0
y	0	2	0	3

$y = x + 3$

Příklad 6.2.3.

x	-1	0	0	2
y	2	0	2	-1

$y = -x + 1$

Příklad 6.2.4.

x	0	1	1	3
y	3	1	3	0

$y = -x + 3$

Příklad 6.2.5.

x	1	2	2	4
y	1	−1	1	−2

$y = -x + 2$

Příklad 6.2.6.

x	−1	0	0	2
y	−3	0	−2	3

$y = 2x - 1$

Příklad 6.2.7.

x	2	3	3	5
y	−2	2	0	7

$y = 3x - 8$

Příklad 6.2.8.

x	−3	−2	−2	0
y	3	6	4	9

$y = 2x + 9$

Příklad 6.2.9.

x	−2	−1	−1	1
y	7	4	6	1

$y = -2x + 3$

Příklad 6.2.10.

x	−1	0	0	2
y	4	0	2	−5

$y = -3x + 1$

Příklad 6.2.11.

x	0	1	1	3
y	-2	0	-2	1

$y = x - 2$

Příklad 6.2.12.

x	-2	-1	-1	1
y	-6	-3	-5	0

$y = 2x - 2$

Příklad 6.2.13.

x	1	2	2	4
y	-4	-6	-4	-7

$y = -x - 3$

Příklad 6.2.14.

x	2	3	3	5
y	3	0	2	-3

$y = -2x + 7$

Příklad 6.2.15.

x	-3	-2	-2	0
y	4	0	2	-5

$y = -3x - 5$

Příklad 6.2.16.

x	-2	-1	-1	1
y	-7	-3	-5	2

$y = 3x - 1$

Příklad 6.2.17.

x	−1	0	0	2
y	−7	−2	−4	5

$y = 4x - 3$

Příklad 6.2.18.

x	1	2	2	4
y	5	0	2	−7

$y = -4x + 9$

Příklad 6.2.19.

x	−2	−1	−1	1
y	−9	−3	−5	6

$y = 5x + 1$

Příklad 6.2.20.

x	−1	0	0	2
y	5	−1	1	−10

$y = -5x$

Příklad 6.2.21.

x	−3	−2	−2	0
y	−3	0	−2	3

$y = 2x + 3$

Příklad 6.2.22.

x	−1	0	0	2
y	7	1	3	−7

$y = -4{,}632x + 2{,}158$

Příklad 6.2.23.

x	−2	−1	−1	1
y	−3	0	−2	4

$y = 2{,}368x + 1{,}526$

Příklad 6.2.24.

x	−3	−2	−2	0
y	0	2	0	4

$y = 1{,}368x + 3{,}895$

Příklad 6.2.25.

x	−1	0	0	2
y	2	0	2	0

$y = -0{,}632x + 1{,}158$

Příklad 6.2.26.

x	2	3	3	5
y	−2	2	0	8

$y = 3{,}368x - 8{,}947$

Příklad 6.2.27.

x	−1	0	0	2
y	−7	−2	−4	6

$y = 4{,}368x - 2{,}842$

Příklad 6.2.28.

x	−2	−1	−1	1
y	9	3	5	−5

$y = -4{,}632x - 0{,}474$

6.3. Kvadratická aproximace metodou nejmenších čtverců

Metodou nejmenších čterců určete kvadratickou aproximaci následujících funkcí daných tabulkami:

Příklad 6.3.1.

x	-2	-1	-1	1
y	9	-2	-4	-9

$y = 3x^2 - 3x - 9$

Příklad 6.3.2.

x	-1	0	0	2
y	-9	-8	-6	9

$y = 2x^2 + 4x - 7$

Příklad 6.3.3.

x	-3	-2	-2	0
y	6	5	3	-6

$y = -x^2 - 7x - 6$

Příklad 6.3.4.

x	0	1	1	3
y	0	5	3	6

$y = -x^2 + 5x$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 6.3.5.

x	-1	0	0	2
y	-1	-6	-8	-1

$y = 3x^2 - 3x - 7$

Příklad 6.3.6.

x	-3	-2	-2	0
y	3	-4	-2	-3

$y = 2x^2 + 4x - 3$

Příklad 6.3.7.

x	1	2	2	4
y	2	5	3	2

$y = -x^2 + 5x - 2$

Příklad 6.3.8.

x	-2	-1	-1	1
y	-3	7	5	0

$y = -4x^2 - 3x + 7$

Příklad 6.3.9.

x	-2	-1	-1	1
y	0	-8	-6	9

$y = 5x^2 + 8x - 4$

Příklad 6.3.10.

x	-1	0	0	2
y	-9	2	0	9

$y = -2x^2 + 8x + 1$

Příklad 6.3.11.

x	-1	0	0	2
y	7	2	0	7

$y = 3x^2 - 3x + 1$

Příklad 6.3.12.

x	-1	0	0	2
y	-6	2	0	3

$y = -2x^2 + 5x + 1$

Příklad 6.3.13.

x	-2	-1	-1	1
y	9	-5	-3	-6

$y = 4x^2 - x - 9$

Příklad 6.3.14.

x	0	1	1	3
y	1	9	7	-8

$y = -5x^2 + 12x + 1$

Příklad 6.3.15.

x	-3	-2	-2	0
y	4	6	4	1

$y = -x^2 - 4x + 1$

Příklad 6.3.16.

x	-3	-2	-2	0
y	-2	-4	-2	1

$y = x^2 + 4x + 1$

Příklad 6.3.17.

x	0	1	1	3
y	-9	-11	-9	6

$y = 3x^2 - 4x - 9$

Příklad 6.3.18.

x	-3	-2	-2	0
y	0	-2	0	3

$y = x^2 + 4x + 3$

Příklad 6.3.19.

x	-2	-1	-1	1
y	-9	2	0	9

$y = -2x^2 + 4x + 7$

Příklad 6.3.20.

x	-2	-1	-1	1
y	3	-4	-2	9

$y = 4x^2 + 6x - 1$

Příklad 6.3.21.

x	-2	-1	-1	1
y	3	-4	-2	7

$y = 3{,}667x^2 + 5x - 1{,}667$

Příklad 6.3.22.

x	-1	0	0	2
y	-4	-8	-6	9

$y = 3{,}667x^2 + 0{,}667x - 7$

Příklad 6.3.23.

x	−1	0	0	2
y	−6	−8	−6	1

$y = 1{,}667x^2 + 0{,}667x - 7$

Příklad 6.3.24.

x	−1	0	0	2
y	−7	−6	−4	9

$y = 1{,}667x^2 + 3{,}667x - 5$

Příklad 6.3.25.

x	−2	−1	−1	1
y	3	6	4	−5

$y = -2{,}333x^2 - 5x + 2{,}333$

Příklad 6.3.26.

x	−3	−2	−2	0
y	−3	4	2	1

$y = -2{,}333x^2 - 5{,}667x + 1$

Příklad 6.3.27.

x	−3	−2	−2	0
y	9	0	2	1

$y = 2{,}667x^2 + 5{,}333x + 1$

Příklad 6.3.28.

x	−2	−1	−1	1
y	−6	−9	−7	4

$y = 2{,}667x^2 + 6x - 4{,}667$

7. Bankovní produkty

7.1. Jednorázové (termínované) VKLADY

Příklad 7.1.1. Chci si co nejvýhodněji uložit kapitál na 5 let. U banky $\mathcal{A}$ nabízejí úrokovou sazbu 2,1 % p. a. s tím, že úročí každý týden. U banky $\mathcal{B}$ nabízejí úrokovou sazbu 2,2 % p. a. s tím, že ale úročí jen jednou ročně. Která banka mi nabídla lepší zhodnocení?
Zhodnocení $\mathcal{A} \doteq 1{,}111$ zhodnocení $\mathcal{B} \doteq 1{,}115$

Příklad 7.1.2. Vložím na konto 20 000 Kč u banky, která úročí každý měsíc se sazbou 2 % p. a. Jaký bude stav konta za tři a půl roku? Stav konta: 21 449 Kč

Příklad 7.1.3. Vložím na konto 50 000 Kč u banky, která úročí čtyřikrát do roka se sazbou 1,5 % p. a. Jaký bude stav konta za šest a čtvrt roku? Stav konta: 54 905 Kč

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 7.1.4. Vložím na konto 50 000 Kč u banky, která úročí dvakrát do roka se sazbou 1,1 % p. a. Jaký bude stav konta za pět a půl roku? Stav konta: 53 110 Kč

Příklad 7.1.5. Chci si co nejvýhodněji uložit 30 000 Kč na 6 let. Banka $\mathcal{A}$ úročí každý měsíc se sazbou 1 % p. a. Banka $\mathcal{B}$ úročí jednou ročně se sazbou 1 % p. a. Jaký bude konečný stav konta v každé z bank? Stav konta u banky $\mathcal{A} \doteq 31\,854$ Kč stav konta u banky $\mathcal{B} \doteq 31{,}846$ Kč.

Příklad 7.1.6. Vložím na konto 75 000 Kč u banky, která úročí každý měsíc se sazbou 1,7 % p. a. Jaký bude stav konta za pět a půl roku? Stav konta: 82 345 Kč

Příklad 7.1.7. Chci si co nejvýhodněji uložit kapitál na 2 roky. Banka $\mathcal{A}$ úročí každý den se sazbou 4,1 % p. a. Banka $\mathcal{B}$ úročí jednou ročně se sazbou 4,2 % p. a. Která banka mi nabídla lepší zhodnocení? Zhodnocení $\mathcal{A} \doteq 1{,}085$ zhodnocení $\mathcal{B} \doteq 1{,}086$

Příklad 7.1.8. Vložím na konto 40 000 Kč u banky, která úročí čtyřikrát ročně se sazbou 1,3 % p. a. Jaký bude stav konta za dvanáct a půl roku? Stav konta: 47 046 Kč

7.2. Pravidelné úložky (vklady) — SPOŘENÍ

Příklad 7.2.1. Jakou částku musím posílat na účet každý měsíc, abych po třech letech měl na kontě (přesně) 91 395,39 Kč, když úroková sazba banky je 1 % p. a.? 2 500 Kč

Příklad 7.2.2. Je pravdou, že při pravidelném měsíčním vkladu 2 500 Kč budu mít po třech letech (3 rocích) na kontě více jak 91 000 Kč, když úroková sazba banky činí 1 % p. a.?
ANO — stav konta: 91 395 Kč

Příklad 7.2.3. Je pravdou, že při pravidelném měsíčním vkladu 1 000 Kč budu mít po čtyřech letech (4 rocích) na kontě alespoň 50 000 Kč, když banka garantuje úrokovou sazbu 2 % p. a.?
NE — stav konta: 49 995 Kč

Příklad 7.2.4. Je pravdou, že při pravidelném měsíčním vkladu 1 200 Kč budu mít po třech letech (3 rocích) na kontě alespoň 45 000 Kč, když banka garantuje úrokovou sazbu 2,7 % p. a.?
ANO — stav konta: 45 026 Kč

Příklad 7.2.5. Je pravdou, že při pravidelném měsíčním vkladu 1 500 Kč budu mít po pěti letech (5 rocích) na kontě alespoň 95 000 Kč, když banka garantuje úrokovou sazbu 2,1 % p. a.?
NE — stav konta: 94 928 Kč

Příklad 7.2.6. Je pravdou, že při pravidelném měsíčním vkladu 1 500 Kč budu mít po třech letech (3 rocích) na kontě alespoň 55 000 Kč, když banka garantuje úrokovou sazbu 1,2 % p. a.?
ANO — stav konta: 55 006 Kč

Příklad 7.2.7. Je pravdou, že při pravidelném měsíčním vkladu 1 100 Kč budu mít po sedmi letech (7 rocích) na kontě alespoň 100 000 Kč, když banka garantuje úrokovou sazbu 2,3 % p. a.?
ANO — stav konta: 100 259 Kč

Příklad 7.2.8. Je pravdou, že při pravidelném měsíčním vkladu 1 100 Kč budu mít po šesti letech (6 rocích) na kontě alespoň 85 000 Kč, když banka garantuje úrokovou sazbu 2,3 % p. a.?
NE — stav konta: 84 941 Kč

7.3. Pravidelné výběry — DŮCHODY

Příklad 7.3.1. Kolik musím vložit do banky, která úročí se sazbou 2 % p. a., abych mohl po tříletém odkladu čerpat výplaty pěti tisíc Kč každý měsíc po dobu deseti let? 513 371,35 Kč

Příklad 7.3.2. Je pravdou, že když nyní vložím jednorázově částku 87 500 Kč, budu mít za dvanáct let (12 roků) pravidelný příspěvek k důchodu (tj. měsíčně) 1 000 Kč po dobu 10 let, když banka garantuje úrokovou sazbu 1,9 % p. a.? ANO: vložím více o 160 Kč

Příklad 7.3.3. Je pravdou, že když nyní vložím jednorázově částku 100 000 Kč, budu mít za osm let (8 roků) pravidelný příspěvek k důchodu (tj. měsíčně) 1 300 Kč po dobu 9 let, když banka garantuje úrokovou sazbu 2,8 % p. a.? ANO: vložím více o 208 Kč

Příklad 7.3.4. Je pravdou, že když nyní vložím jednorázově částku 100 000 Kč, budu mít za pět let (5 roků) pravidelný příspěvek k důchodu (tj. měsíčně) 1 400 Kč po dobu 7 let, když banka garantuje úrokovou sazbu 1,9 % p. a.? NE: vložím méně o 368 Kč

VYSOKÁ ŠKOLA KARLA ENGLIŠE, a.s.

Příklad 7.3.5. Je pravdou, že když nyní vložím jednorázově částku 100 000 Kč, budu mít za sedm let (7 roků) pravidelný příspěvek k důchodu (tj. měsíčně) 1 100 Kč po dobu 10 let, když banka garantuje úrokovou sazbu 2,4 % p. a.? ANO: vložím více o 358 Kč

Příklad 7.3.6. Je pravdou, že když nyní vložím jednorázově částku 100 000 Kč, budu mít za patnáct let (15 roků) pravidelný příspěvek k důchodu (tj. měsíčně) 1 300 Kč po dobu 10 let, když banka garantuje úrokovou sazbu 2,3 % p. a.? ANO: vložím více o 694 Kč

Příklad 7.3.7. Je pravdou, že když nyní vložím jednorázově částku 100 000 Kč, budu mít za deset let (10 roků) pravidelný příspěvek k důchodu (tj. měsíčně) 800 Kč po dobu 15 let, když banka garantuje úrokovou sazbu 2,1 % p. a.? NE: vložím méně o 288 Kč

Příklad 7.3.8. Je pravdou, že když nyní vložím jednorázově částku 250 000 Kč, budu mít za osm let (8 roků) pravidelný příspěvek k důchodu (tj. měsíčně) 2 100 Kč po dobu 13 let, když banka garantuje úrokovou sazbu 1,9 % p. a.? NE: vložím méně o 181 Kč

7.4. Hypotéky, půjčky — ÚVĚRY

Příklad 7.4.1. Stačí mi 3 roční splátky po 11 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 30 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 5 % p. a.? Bude chybět 51 Kč.

Příklad 7.4.2. Sestavte splátkový kalendář pro umořování dluhu 30 140 Kč, kdy požadujeme úvěr splatit čtyřmi ročními splátkami s úrokovou sazbou 5 % p. a. Roční splátka: 8 499,84 Kč.

Příklad 7.4.3. Stačí mi 3 roční splátky po 16 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 45 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 3,3 % p. a.? Budou chybět 2 Kč.

Příklad 7.4.4. Sestavte splátkový kalendář pro umořování dluhu 45 000 Kč, kdy požadujeme úvěr splatit čtyřmi ročními splátkami s úrokovou sazbou 3,3 % p. a. Roční splátka: 12 193,19 Kč.

Příklad 7.4.5. Stačí mi 4 roční splátky po 12 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 45 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 2,6 % p. a.? Poslední splátka bude 11 961 Kč.

VYSOKÁ ŠKOLA KARLA ENGLIŠE, a.s.

Příklad 7.4.6. Stačí mi 5 ročních splátek po 10 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 45 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 3,6 % p. a.? Poslední splátka bude 9 973 Kč.

Příklad 7.4.7. Stačí mi 3 roční splátky po 15 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 42 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 3,5 % p. a.? Poslední splátka bude 14 973 Kč.

Příklad 7.4.8. Stačí mi 7 ročních splátek po 7 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 43 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 3,4 % p. a.? Bude chybět 48 Kč.

Příklad 7.4.9. Stačí mi 8 ročních splátek po 7 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 48 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 3,6 % p. a.? Bude chybět 109 Kč.

Příklad 7.4.10. Stačí mi 6 ročních splátek po 10 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 55 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 2,5 % p. a.? Poslední splátka bude 9 906 Kč.

Příklad 7.4.11. Stačí mi 7 ročních splátek po 7 000 Kč na splacení celého úvěru ve výši 43 000 Kč u banky, která úročí se sazbou 3,4 % p. a.? Bude chybět 48 Kč.