Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f: \ y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

©Oto Přibyl, Hana Šafářová 2005

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f: \; y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$,

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f: \ y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{x \in \mathbf{R};\ ax - x^2 \geq 0\right\},$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f:\ y=\sqrt{ax-x^2}-a\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a>0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f)=D_1\cap D_2$, kde

$$D_1=\left\{x\in\mathbf{R};\ ax-x^2\geq 0\right\},\qquad D_2=\left\{x\in\mathbf{R};\ \frac{a-x}{x}\geq 0\right\}.$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f:\ y=\sqrt{ax-x^2}-a\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a>0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f)=D_1\cap D_2$, kde

$$D_1=\left\{x\in\mathbf{R};\ ax-x^2\geq 0\right\},\qquad D_2=\left\{x\in\mathbf{R};\ \frac{a-x}{x}\geq 0\right\}.$$

Dostáváme

$$x\in D_1 \iff$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f:\ y=\sqrt{ax-x^2}-a\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a>0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f)=D_1\cap D_2$, kde

$$D_1=\left\{x\in\mathbf{R};\ ax-x^2\geq 0\right\},\qquad D_2=\left\{x\in\mathbf{R};\ \frac{a-x}{x}\geq 0\right\}.$$

Dostáváme

$$x\in D_1 \iff (x\geq 0\wedge a-x\geq 0)\vee(x\leq 0\wedge a-x\leq 0) \iff$$

©Oto Přibyl, Hana Šafářová 2005

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f:\ y=\sqrt{ax-x^2}-a\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a>0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f)=D_1\cap D_2$, kde

$$D_1=\left\{x\in\mathbf{R};\ ax-x^2\geq 0\right\},\qquad D_2=\left\{x\in\mathbf{R};\ \frac{a-x}{x}\geq 0\right\}.$$

Dostáváme

$$x\in D_1 \iff (x\geq 0\wedge a-x\geq 0)\vee(x\leq 0\wedge a-x\leq 0) \iff x\in\langle 0,a\rangle;$$

$$x\in D_2 \iff$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f:\ y=\sqrt{ax-x^2}-a\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a>0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f)=D_1\cap D_2$, kde

$$D_1=\left\{x\in\mathbf{R};\ ax-x^2\geq 0\right\},\qquad D_2=\left\{x\in\mathbf{R};\ \frac{a-x}{x}\geq 0\right\}.$$

Dostáváme

$$x\in D_1 \iff (x\geq 0\wedge a-x\geq 0)\vee(x\leq 0\wedge a-x\leq 0) \iff x\in\langle 0,a\rangle;$$

$$x\in D_2 \iff (x>0\wedge a-x\geq 0)\vee(x<0\wedge a-x\leq 0) \iff$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f:\ y=\sqrt{ax-x^2}-a\cdot \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a>0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f)=D_1\cap D_2$, kde

$$D_1=\left\{x\in\mathbf{R};\ ax-x^2\geq 0\right\},\qquad D_2=\left\{x\in\mathbf{R};\ \frac{a-x}{x}\geq 0\right\}.$$

Dostáváme

$$x\in D_1 \iff (x\geq 0\wedge a-x\geq 0)\vee(x\leq 0\wedge a-x\leq 0) \iff x\in\langle 0,a\rangle;$$

$$x\in D_2 \iff (x> 0\wedge a-x\geq 0)\vee(x< 0\wedge a-x\leq 0) \iff x\in(0,a\rangle.$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f:\ y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{x \in \mathbf{R};\ ax - x^2 \geq 0\right\}, \qquad D_2 = \left\{x \in \mathbf{R};\ \frac{a-x}{x} \geq 0\right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff (x \geq 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in \langle 0, a\rangle;$$

$$x \in D_2 \iff (x > 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x < 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in (0, a\rangle.$$

Celkem tedy máme $D(f) = D_2 = (0, a\rangle$.

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f: \ y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D\left(f'\right)$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{x \in \mathbf{R};\ ax - x^2 \geq 0\right\}, \qquad D_2 = \left\{x \in \mathbf{R};\ \frac{a-x}{x} \geq 0\right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff (x \geq 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in \langle 0, a\rangle;$$

$$x \in D_2 \iff (x > 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x < 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in (0, a\rangle.$$

Celkem tedy máme $D(f) = D_2 = (0, a\rangle$.

V dalším budeme derivovat funkci f.

$$f'(x) = \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=}$$

$$f'(x) = \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=}$$

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \\
&\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \\
&\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&=
\end{aligned}
$$

$$f'(x) = \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a - x) \cdot 1}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} =$$

$$=$$

$$f'(x) = \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

(?)

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

(?)

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a - x) \cdot 1}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a - x}} \cdot \frac{-a}{x^2} =$$

$$=$$

$$f'(x) = \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a - x) \cdot 1}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a - x}} \cdot \frac{-a}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a - x}} \cdot \frac{a}{x} =$$

$$f'(x) = \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} =$$

$$=$$

$$f'(x) = \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} =$$

$$= \frac{a - 2x + a}{2\sqrt{x(a-x)}} =$$

$$f'(x) = \left(\left(ax-x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a\cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2}\cdot\left(ax-x^2\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot(a-2x) - a\cdot\frac{1}{1+\left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2}\cdot\left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' =$$

$$\overset{(?)}{=} \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} - a\cdot\frac{1}{1+\frac{a-x}{x}}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{-1\cdot x-(a-x)\cdot 1}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} - \frac{a}{2}\cdot\frac{1}{\frac{x+a-x}{x}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}}\cdot\frac{-x-a+x}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} - \frac{a}{2}\cdot\frac{x}{a}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}}\cdot\frac{-a}{x^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}}\cdot\frac{a}{x} = \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} + \frac{a}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a-x}}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}} =$$

$$= \frac{a-2x+a}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{2a-2x}{2\sqrt{x(a-x)}} =$$

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \\
&\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \\
&\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a-2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&= \frac{a - 2x + a}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{2a - 2x}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{a-x}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{a-x}} =
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \left(\left(ax-x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a\cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \\
&\overset{(?)}{=} \frac{1}{2}\cdot\left(ax-x^2\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot(a-2x) - a\cdot\frac{1}{1+\left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2}\cdot\left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \\
&\overset{(?)}{=} \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} - a\cdot\frac{1}{1+\frac{a-x}{x}}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{-1\cdot x-(a-x)\cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} - \frac{a}{2}\cdot\frac{1}{\frac{x+a-x}{x}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}}\cdot\frac{-x-a+x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} - \frac{a}{2}\cdot\frac{x}{a}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}}\cdot\frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}}\cdot\frac{a}{x} = \frac{1}{2}\cdot\frac{a-2x}{\sqrt{ax-x^2}} + \frac{a}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a-x}}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&= \frac{a-2x+a}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{2a-2x}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{a-x}{\sqrt{x}\cdot\sqrt{a-x}} = \frac{\sqrt{a-x}}{\sqrt{x}} =
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \left(\left(ax - x^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \\
&\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(ax - x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \\
&\overset{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&= \frac{a - 2x + a}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{2a - 2x}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{a-x}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{a-x}} = \frac{\sqrt{a-x}}{\sqrt{x}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{a-x}{x}}}}.
\end{aligned}
$$

Vyšlo nám tedy $f'(x) = \sqrt{\frac{a-x}{x}}$ a je vidět, že

$$D\left(f'\right) = \left\{x \in \mathbf{R};\ \frac{a-x}{x} \geq 0\right\} = D_2 = D(f)$$

Vyšlo nám tedy $f'(x) = \sqrt{\frac{a-x}{x}}$ a je vidět, že

$$D\left(f'\right) = \left\{x \in \mathbf{R};\ \frac{a-x}{x} \geq 0\right\} = D_2 = D(f)$$

(viz určení $D(f)$).