

# MATEMATICKÝ APARÁT ŘEŠENÍ TERORISTICKÝCH HROZEB

Pavel Kovařík<sup>1</sup> - Rudolf Schwarz<sup>2</sup>

## RESUME

*After September 11, 2001 the attempts have been done to objectify the description of the risk of a terrorist attack in some objective way. During this relatively long period of time it has developed several lines of scientific research, using the results from other fields. Cross-section of possible solutions, which of course cannot be comprehensive, is given in terms of the use of mathematics in their solution procedures. Strong group with good use in practice appears mathematical modeling, but other applications are in differential equations, data collection (statistical methods), graph theory, probability, Markov processes, control theory, too. Trying to compare these methods appears to be difficult even unsolvable task. Terrorism conceived as a system is a sophisticated system that cannot be covered by a single model. Then, the current level of research allows only a partial solution with results valid only with a certain reliability.*

## Úvod

Vědecké týmy po celém světě se snaží nalézt odpověď na otázku jak exaktně (matematicky) popsat riziko, že v dané oblasti dojde k teroristickému útoku. Protože jde o národní zájmy, je tento proces některými státy podporován. Konkrétní přístupy k řešení jsou různé, a proto se můžeme zaměřit jen na vybrané typické ukázky.

Vyloučíme ty, které používají kvalitativní metody, které se hůře počítačově zpracovávají a které vznikaly spíše na začátku. Naopak se pokusíme porovnat některé kvantitativní přístupy.

## 1 Pravděpodobnostní model

Některé modely řeší jen velmi malou část celého problému. Naprosto přímé použití matematiky v oblasti boje proti terorismu nabízí (Solution to problem 2). Jedná o teorii, má k praktickému využití asi daleko, ale myšlenka je to přesto zajímavá. Pokusme se autorovu myšlenku zobecnit. Potom vycházíme z těchto předpokladů:

- Je známo, že poměr teroristů ve skupině všech podezřelých je  $100.T$  %.
- Detektor lži má spolehlivost  $100.s$  %.
- Skutečný terorista svoje zaměření vždy zapře.

---

<sup>1</sup> Pavel Kovařík, Doc. RNDr., CSc., prorektor pro studijní a pedagogické záležitosti, Vysoká škola Karla Engliš, Brno, pavel.kovarik@vske.cz

<sup>2</sup> Rudolf Schwarz, RNDr., CSc., Vysoká škola Karla Engliš, Brno, rudolf.schwarz@vske.cz

Řešená úloha si klade za cíl vypočítat pravděpodobnost, že z  $n$  náhodně vybraných podezřelých podrobených testu na detektoru lži alespoň jeden skutečně teroristou je za předpokladu, že detektor označí  $n.s$  z nich za lháře.

Použitá označení jevů:

$E$  ..... jev, že aspoň jeden podezřelý je terorista,

$\bar{E}$  ..... jev, že žádný z podezřelých terorista není,

$G$  ..... jev, že detektor lži potvrdí  $n.s$  lhářů a  $n.(1-s)$  pravdomluvných.

Potom pravděpodobnost, že jedním výběrem skutečně vybereme teroristu, je podle prvního předpokladu  $T$ . Pravděpodobnost, že při  $n$  pokusech žádného teroristu nevybereme, je potom

$$P(\bar{E}) = (1-T)^n.$$

Pravděpodobnost jevu  $G$  najdeme tak, že kombinujeme pravděpodobnosti výběru teroristy s výsledkem na detektoru lži, kde použijeme pravděpodobnosti  $s$  a  $1-s$  podle druhého předpokladu. Tedy, pro náš případ připadá v úvahu, že buď vybereme teroristu a detektor to potvrdí ( $T.s$ ) nebo vybereme neteroristu a detektor ho označí za lháře ( $(1-T).(1-s)$ ). Tedy, pro jediný výběr máme

$$p = T.s + (1-T).(1-s).$$

Náhodná veličina  $X$  popisující počet osob označených jako terorista při desetinásobném výběru má binomické rozdělení, a tedy

$$P(G) = P(X = n.s) = \binom{n}{n.s} \cdot p^{n.s} \cdot (1-p)^{n.(1-s)}.$$

Ještě je třeba vyčíslit podmíněnou pravděpodobnost, že detektor označí  $n.s$  z vybraných  $n$  za teroristy za předpokladu, že víme, že tam žádní nejsou. Náhodná veličina  $Y$ , která to popisuje, má opět binomické rozdělení s parametry  $n$  a  $p = 1-s$  a pro dotazovanou hodnotu  $n.s$  máme

$$P(G|\bar{E}) = P(Y = n.s) = \binom{n}{n.s} \cdot (1-s)^{n.s} \cdot s^{1-n.s}.$$

Otázka zformulovaná v úloze je potom zodpovězena výpočtem podle Bayesovy věty:

$$P(E|G) = 1 - P(\bar{E}|G) = 1 - \frac{P(G|\bar{E})P(\bar{E})}{P(G)}.$$

V práci (Solution to problem 2, set 2, Math 3215) je tato úloha řešena pro hodnoty  $T = 0,03$ ,  $s = 0,8$ ,  $n = 10$ . Pak vychází  $P(E|G) = 0,6127$ .

## 2 Matematické modelování

### 2.1 Obecně

QTRIM (Quantitative Threat-Risk Index Model) je zkratka, kterou autoři článku (PLUM) označují buď celý systém, nebo jeho počítačovou realizaci. Jedná se o velmi komplexní řešení. Tvoří systém, zahrnující mnoho aspektů, které mohou ve svých důsledcích výsledek ovlivnit. V něm jsou brány v úvahu nejenom ekonomické, ale i fyzikální a inženýrské pohledy, lidské reakce a jiné.

System je proto sestaven modulárně. Tvoří jej pět základních modulů, které lze používat jak samostatně, tak ve vzájemné součinnosti. Jsou to:

1. Zaměřovací modul, jehož součástí je i matematický model odhadu pravděpodobnosti teroristického útoku.
2. Modul, kvantifikující lidskou spolehlivost, včetně posloupností logických lidských odpovědí.
3. Fyzikální modul, který popisuje oblast nebo zařízení, jehož bezpečnost zkoumáme. V uvedené práci je aplikován na hydroelektrický systém, zahrnující možnost selhání hrází přehrad včetně modelování záplavové oblasti.
4. Pravděpodobnostní modul analýzy rizika, využívající známou počítačovou aplikaci SAPHIRE (Wikipedia).
5. Modul, který provádí výpočet atraktivnosti možných cílů a možnou ekonomickou škodu.

Data pro jednotlivé moduly jsou získávána různě. Např. pro *první dva moduly* jsou získána převážně z lidských zdrojů.

*Modul 3* je tvořen soustavou fyzikálních systémů, navrhuje dostatečně exaktně odpověď celého systému na případný útok.

*Modul 4* sbírá informace o posloupnostech jevů a stavů s rozličnými důsledky. Je založena na FTA analýze. Program SAPHIRE zajišťuje analýzu nejistot a výpočty závislostí mezi částečnými jevy.

*Modul 5* počítá cenu ztrát způsobených katastrofickými scénáři a koncovými stavy, k čemuž využívá teorii pravděpodobnosti. Protože v něm lze stanovit i atraktivnost cílů, významně tak podporuje modul 1 a určuje zdroje, pomocí nichž lze důsledky případného teroristického útoku omezit.

System umožňuje kvantitativní srovnání svých výstupů pro dané cíle s výstupy počítané pro jiné cíle či oblasti. Umožňuje přesnější určení hrozeb, přičemž upřednostňuje cíle se specifickou infrastrukturou spolu s následnými hrozbami. Vypočítává jak pravděpodobnost útoku, tak pravděpodobnost jeho úspěchu. Odhaduje hodnotu pro všechny úrovně následných škod v peněžních jednotkách. Tím se riziko v celém studovaném systému výrazně umenšuje.

Lze jej použít pro předpověď útoku na vybraná zařízení, bereme-li v úvahu dostupné zdroje teroristů a jimi očekávaný přínos. Dosavadní aplikace, na nichž se podílel tým odborníků z mnoha zainteresovaných oblastí výzkumu i praxe, ukazují, že pravděpodobnost útoku a jeho důsledků může být tak malá, že pouze ve velmi málo případech je masivní obranná reakce (státu) odůvodnitelná. Zásadní vliv na kvalitu výsledků má kvalita získaných vstupních dat.

Použití systému může přinést značné úspory obvykle vynakládané na prevenci teroristických rizik, a to nezávisle na použité infrastruktuře.

## 2.2 Základní model systému

Pro lepší představu o tomto systému uvádíme základní údaje o tom, jak je postaven.

Předpokládá se, že teroristická skupina uvažuje a jedná srovnatelně jako jiný podnikatelský subjekt. Její rozhodování je tedy racionální. Liší se pouze svými cíli, které (většinou) nejsou peněžní. Jsou jimi například destrukce, odstranění západního vlivu, eventuálně přechod k náboženskému fundamentalismu. Teroristé, stejně jako obchodníci, disponují lidskou silou, materiálem a časem. Vzniká tak úloha maximalizovat pravděpodobnost zisku. Volba proto padne na ten cíl, který tuto extrémní úlohu řeší nejlépe.

## 2.3 Investice a jejich návratnost

Uvažovaný model může proto mít např. tyto čtyři základní vstupy:

- Lidský faktor - označme  $x$
- Zdroje - označme  $y$
- Plán - označme  $z$
- Pravděpodobnost úspěchu teroristické akce - označme  $w$

Investiční index se pak definuje výrazem

$$A = x.y.z.w$$

Větší hodnota indexu  $A$  znamená, že pravděpodobnost, že sledovaný cíl bude skutečně zvolen, je větší.

Na rozdíl od obchodníků, kteří očekávají finanční zisk, podíl na trhu či osobní výhody, teroristé mohou mít cíle, které lze shrnout např. do těchto šesti základních výstupů:

- Ztráty na životech (na straně atakované populace) - označme  $a$
- Ekonomické ztráty - označme  $b$
- Národnostní potíže - označme  $c$
- Ztráta západní přítomnosti - označme  $d$
- Navýšení přítomnosti radikálního islámu - označme  $e$
- Možnosti vlivu na jiné skupiny - označme  $f$

Index návratnosti investic pak definujeme výrazem

$$B = 1000.a.b.c.(d+e).f$$

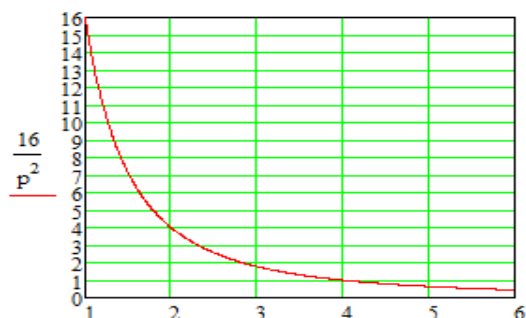
Číslo 1000 srovnává velikost 4 vstupních a 6 výstupních faktorů.

## 2.4 Normování

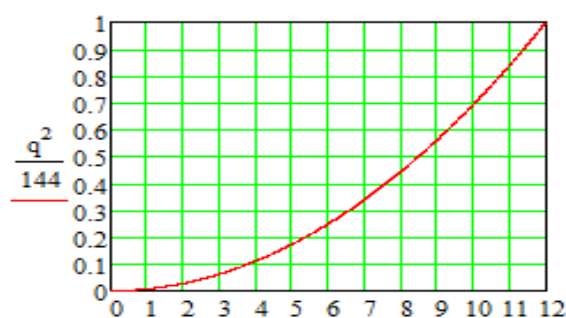
Aby všechny zúčastněné parametry byly rozměrově srovnatelné, jsou normovány. Dále jsou jim přiděleny váhy tak, aby byla vystižena jejich relativní důležitost. Navíc, všechny faktory musí být v rovnováze tak, aby špatná hodnota

libovolného z nich způsobila vážný pokles celkového indexu a špatné hodnoty u dvou či více faktorů musí ukazovat na zastavení celé teroristické akce. Konkrétní funkční vztahy jsou zdůvodněny výsledky z dosud publikovaných šetření.

Například ve skupině investic pro počet teroristů uvažujeme, že ideální je jeden, s narůstajícím počtem se hodnota faktoru kvadraticky zhoršuje. Normální jsou čtyři. Proto je pro výpočet faktoru  $x$  zvolena funkce  $x = \frac{16}{p^2}$ , kde  $p$  je počet teroristů. Graficky viz Obr. 1.



Obr. 1



Obr. 2

P

odobně ve skupině návratnosti investic pro ekonomické ztráty  $q$  použijeme jejich zlogaritmované hodnoty v  $10^{12}$  \$ (tj. normální ztráta je jedna miliarda dolarů). Tak získáme rozsah od 0 do 12. Vypočítaná ekonomická ztráta pak je dána vztahem  $b = \left[\frac{q}{12}\right]^2$ , kde se dělí dvanácti z důvodu normování. Graficky viz Obr. 2.

Podobným způsobem se určují i ostatní faktory.

## 2.5 Pravděpodobnost útoku

Na základě předchozích odstavců lze zformulovat tzv. index výběru ve tvaru

$$SS = A.B.$$

Výše popsany index výběru umožňuje určit pořadí důležitosti možných cílů. Racionální terorista by vybral cíl nejvýše postavený. Avšak i když je to méně pravděpodobné, může vybrat níže postavený cíl třeba z důvodu překvapení. Stanovené pořadí tedy chápeme ve smyslu pravděpodobnosti útoku na jediný cíl. Určíme-li nejpravděpodobnější lokaci, lze výhradně pro ni daný postup opakovat s jemnějším dělením. Možné jsou i jiné scénáře.

## Závěr

Provádět nějaké matematické konstrukce související s terorismem může být velkou výzvou, neboť problémy stavěné výzkumu do cesty je provázejí již

od sbírání potřebných dat. Ta jsou většinou těžko dostupná, neúplná a špatně ověřitelná. Matematické přístupy lze pak dělit na ty, které řeší drobné, nevýznamné segmenty celého problému (viz odst. 2), ty, které se snaží postihnout širší problematiku, ať už prakticky využitelným způsobem či nikoliv a na komplexní systémy (viz odst. 3). Ale ani ty největší zatím nedokážou postihnout boj s terorismem jako celek (Gutfraind, 2009).

Z hlediska použitého matematického aparátu je v současném výzkumu silně zastoupeno matematické modelování, ale využívány jsou také statistické metody, teorie grafů, pravděpodobnost, Markovské procesy či teorie řízení.

## Literatura:

- PLUM, M. a kol. 2004. *Novel Threat-Risk Index Using Probabilistic Risk Assessment and Human Reliability Analysis*. [online] National Engineering and Environmental Laboratory, Bechtel BWXT Idaho, LLC. 39s. Dostupné na internetu <http://www.inl.gov/technicalpublications/documents/2535260.pdf>
- GUTFRAIND, A. 2009. Terrorism as a Mathematical Problem. [online] In *SIAM News*, 2009, Volume 42, Number 8. Dostupné na internetu <http://www.siam.org/pdf/news/1645.pdf>
- ABADIE, A. – GARDEAZABAL, J. 2008. Terrorism and the World Economy. [online] In *European Economic Review*, 2008, Vol. 52, Issue 1, 1–27s. Dostupné na internetu <http://ideas.repec.org/p/ehu/dfaeii/200519.html> .
- MAJOR, J. 2002. Advanced Techniques for Modeling Terrorism Risk. [online] In *Journal of Risk Finance*, 2002, #4, s. 15-22. Dostupné na internetu <http://www.gravitascapital.com/research/risk/risk%20measurement%20and%20modelling/modelling%20terrorism%20risk%20feb03.pdf>
- WOO, G. 2008. *Quantitative Terrorism Risk Assessment*. [online] Risk Management Solutions Ltd. 12. Dostupné na internetu [http://isc.temple.edu/economics/wkpapers/Homeland/Quantitative\\_Terrorism\\_Risk\\_Assessment.pdf](http://isc.temple.edu/economics/wkpapers/Homeland/Quantitative_Terrorism_Risk_Assessment.pdf)
- POWERS, M. 2008. The Mathematics of Terrorism Risk. [online] In *Journal of Risk Finance*, 2008, Vol. 9, No. 3. Dostupné na internetu <http://astro.temple.edu/~powersmr/vol9no3.pdf>
- Solution to problem 2, set 2, Math 3215*. 2011. 2s. School of Mathematics. Georgia Institute of Technology.[online] Dostupné na internetu <http://people.math.gatech.edu/>
- WIKIPEDIA. Dostupné na internetu <http://en.wikipedia.org/wiki/SAPHIRE>